

выпуск

91

Библиотечка КВАНТ

выпуск

91
Библиотечка КВАНТ



А.Л. Стасенко



Физические основы полета

Б Ю Р О



КВАНТУМ



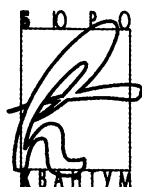
БИБЛИОТЕЧКА
КВАНТ
ВЫПУСК

91

ПРИЛОЖЕНИЕ
К ЖУРНАЛУ
«КВАНТ»
№ 6 / 2005

А. Л. Стасенко

Физические основы полета



Москва
2005

УДК 629.7:531.1
ББК 39.52
С77

Серия
«Библиотечка «Квант»
основана в 1980 г.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Б.М.Болотовский, А.А.Варламов, В.Л.Гинзбург,
Г.С.Голицын, Ю.В.Гуляев, М.И.Каганов, С.С.Кротов,
С.П.Новиков, Ю.А.Осипьян (председатель),
В.В.Произволов, Н.Х.Розов, А.Л.Стасенко, В.Г.Сурдин,
В.М.Тихомиров, А.Р.Хохлов,
А.И.Черноуцан (ученый секретарь)

Стасенко А.Л.

С77 Физические основы полета. – М.: Бюро Квантум, 2005. – 256 с. (Библиотечка «Квант». Вып. 91. Приложение к журналу «Квант» №6/2005.)
ISBN 5-85843-056-2

В книге популярно рассказывается о летательном аппарате как венце технологической цивилизации и объекте, при создании и функционировании которого учтены и «работают» все законы физики. Рассматривается широкий круг вопросов – от закона Архимеда (для воздухоплавания) и строения атмосфер планет до принципов реактивного движения и космических полетов. Последовательно проводится связь с философией русского космизма.

Для учащихся средних школ, лицеев и гимназий, для членов и руководителей физических кружков и факультативов, для студентов и преподавателей вузов, а также для всех тех, кому просто интересна физика.

ББК 39.52

ISBN 5-85843-056-2

© Бюро Квантум, 2005

ПРЕДИСЛОВИЕ

*Книга посвящается сорокалетию факультета
аэромеханики и летательной техники
Московского физико-технического института*

*Два полюса измерены, засняты,
В колонках цифр уложены в портфель,
И даже небо вписано в квадраты,
А нам бы все... за тридевять земель!*
*Живет она, дошедшая от дедов,
Особая сжигающая страсть:
Влечет к себе туманность Андромеды
Сквозь немоту космических пространств.*

Н.Образцова

Многотысячная мечта человека – летать – увенчалась успехом лишь сравнительно недавно (порядка двух сотен лет назад). До тех пор его перемещение в пределах планеты Земля (даже если «покорить» высочайшую горную вершину или опуститься в глубочайшую океанскую впадину) было лишь ползанием в колыбели. Полет дал человеку новое качество – третье измерение, и первые «летатели» и наблюдатели испытывали почти мистический восторг. Это было уже нечто большее, чем простое физическое перемещение из точки *A* в точку *B*, уже нечто метафизическое – принципиальная возможность достичь пределов Вселенной (если таковые существуют), достичь Неба, о чем мечталось великим представителям разных народов. Стремление в Бесконечность, по-видимому, неотъемлемо от человека мыслящего. А полет и есть попытка практической реализации потребности человека достичь недостижимого.

Полет и *Физика* тесно связаны. Действительно, нет раздела физики, который не был бы учтен в летательном аппарате, – от механики точки и термодинамики двигателей до последних достижений астрофизики. Далее, летательный аппарат фактически является венцом технической цивилизации – не случайно его производство доступно только самым мощным державам. Только «развитые страны» имеют возможность доставить «полезный груз» в нужное время в нужную точку Земли, создать новые технологии в невесомости на орбите или на другой планете.

Здесь любопытно напомнить об общеисторической тенденции науки и техники: «Когда штудируешь книги, посвященные машинам XVI и XVII веков..., поражаешься приблизительности, неточности строения, функционирования и самого замысла ... Ни разу эти машины не были точно рассчитаны... Все они были сделаны в прикидку, на глазок... Все эти машины принадлежали миру приблизительности». Но создание современных машин, в частности летательных аппаратов с заранее заданными свойствами, немислимо (просто безнадежно дорого) без использования законов физики и методов математики.

Эта книга – не учебник, потому что в ее название можно включить десятки отдельных курсов. Это небольшой сборник сюжетов, которые автор пытался расположить более или менее логично (по своему усмотрению) – то ли по «высоте» полета, то ли по его скорости. Поэтому внимательный читатель может заметить повторы некоторых идей в различных главах книги. Они оставлены для того, чтобы можно было изучать одни главы практически независимо от других.

При изложении материала мы следовали доброй традиции Библиотечки «Квант» – не просто сообщать факты, уповая на авторитет типографского текста, но ориентировать читателя на работу с собственными записями с целью повторить алгебраические выкладки и численные оценки. Для их облегчения книга снабжена небольшой таблицей универсальных физических постоянных и характерных параметров небесных тел.

(Здесь уместно обратить внимание читателей на то, что численные оценки в физике несколько отличаются, например, от бухгалтерских расчетов, проводимых с точностью до копейки. Под *оценкой* в физике имеется в виду значение величины внутри одного порядка – следовательно, не страшно ошибиться в два, три, π , а то и в пять раз.)

За рамками книги осталась увлекательная и драматическая история развития летательных аппаратов (по истории авиации уже написано много хороших книг), поскольку мы взялись – изложить лишь физические основы полета.

Итак, друзья, – за Физику Полета!

АТМОСФЕРЫ ПЛАНЕТ И ВСЕ, ЧТО ВЫШЕ

...с середины неба глядит месяц. Необъятный небесный свод раздался, раздвинулся еще необъятнее. Горит и дышит он. Земля вся в серебряном свете; и чудный воздух и прохладно-душен, и полон неги, и движет океан благуханий.

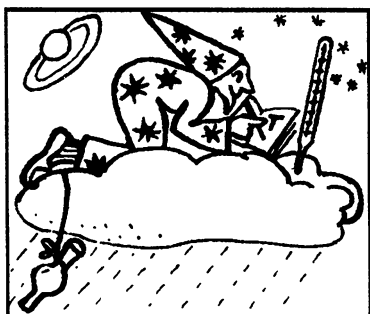
Н. Гоголь

Конечно, не о всякой планете можно сказать столь восторженные слова – наверняка речь идет об атмосфере Земли. С нее и начнем.

Правда, нечего и надеяться рассказать все, что можно, об атмосфере Земли, обо всех ее ветрах, грозах, тайфунах, облаках; этого не сделать даже в очень толстой книге, не то что наша. Но можно сделать то, что делают физики каждый раз, когда все очень сложно (а сложно почти всегда), – можно построить *модель* (в данном случае атмосферы). Хорошая модель должна описывать самые характерные черты объекта или явления, которые мы намереваемся использовать далее для работы, а не просто для любования.

А что самое важное для нас в атмосфере? Прежде всего, это ее плотность – ведь мы собираемся в ней двигаться, причем как можно быстрее. Даже интуитивно ясно, что сила сопротивления движению должна зависеть от плотности окружающей среды: например, в воде рукой двигать труднее, чем в воздухе, с той же скоростью.

С высотой плотность атмосферы должна уменьшаться, иначе тяжелые «сгустки» воздуха опускались бы вниз. Кроме того, те, кто бывал в горах, знают: чем выше, тем холоднее, а на высоких вершинах лежат вечные снега – значит, температура воздуха с высотой



падает. А с понижением температуры, очевидно, должна изменяться и плотность. Но как? Прежде всего, выясним, до какого наименьшего значения может упасть температура. Неужто до абсолютного нуля или до того, что в научной фантастике называют «космическим холодом»?

К настоящему времени параметры атмосферы многократно измерены, и некоторая осредненная картина их распределения (так называемая стандартная атмосфера) показана на рисунке 1.

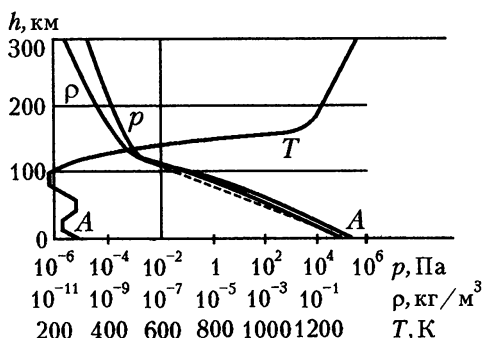


Рис.1. Изменение с высотой плотности, давления и температуры воздуха для «стандартной» атмосферы

По вертикальной шкале здесь отложена высота: как и положено высоте, она измеряется вверх, начиная от нуля на уровне моря. А те величины, которые зависят от высоты — давление p , плотность ρ , температура T , — отложены по горизонтальной шкале. Заметим, что для того чтобы охватить широкий диапазон изменения давления и плотности, их значения показаны в логарифмическом масштабе, а температура — в линейном.

Что же видно из этого рисунка? Например, на уровне моря (точки A) давление равно 10^5 Па, плотность порядка $1 \text{ кг/м}^3 = \rho_0$, температура около 300 К ; а на высоте $h = 100 \text{ км}$ давление близко к 10^{-2} Па (т.е. уменьшилось на семь порядков: $5 - (-2) = 7$), а плотность стала меньше одной миллионной кг/м^3 .

Зависимость плотности атмосферы Земли от высоты над уровнем моря приближенно можно выразить формулой

$$\rho \approx \rho_0 e^{-h/h_*},$$

пригодной до высот порядка $80\text{--}100 \text{ км}$. Стоящая в знаменателе показателя степени величина $h_* = 7,16 \text{ км}$ служит масштабом «толщины» атмосферы. Эта зависимость $\rho(h)$ на рисунке 1 изображена штриховой кривой.

Конечно, судя по графику, значения давления и плотности изменяются довольно сложно с увеличением высоты; но, во всяком случае, очевидно, что они монотонно уменьшаются. А вот температура изменяется очень прихотливо: сначала она падает до высоты ~ 10 км (обычно на этой высоте стюардессы пассажирских авиалайнеров торжественно сообщают, что температура за бортом -50 или даже -60 °С), этот слой воздуха называется *тропосферой*. Затем до высоты порядка 100 км температура колеблется, дважды проходя участки с постоянным значением (большая часть этого слоя называется *стратосферой*), и, наконец, если подниматься еще выше, температура уже монотонно растет, достигая тысячи кельвинов (на высоте примерно 150 км) и более. (Более подробно такое слоистое строение атмосферы описано (и, главное, объяснено!) в книге А.В. Бялко «Наша планета – Земля» (М.: Наука, 1983, Библиотечка «Квант», вып.29.) Получается, что если на этой высоте или чуть выше неподвижно как-нибудь подвесить предмет, например футбольный мяч, то он вспыхнет и сгорит, а еще выше – расплавится и самое тугоплавкое тело. Где же «космический холод»?

Но – стоп! Давайте взглянем на рисунок 2,а. Там приведено изменение с высотой еще одной важной характеристики атмосферы

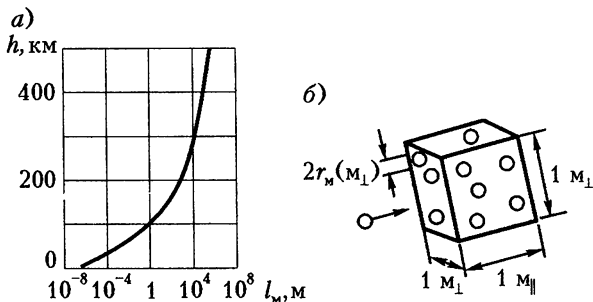


Рис. 2. Изменение с высотой средней длины свободного пробега молекулы воздуха

ры – длины l_m свободного пробега молекулы (путь, пройденный молекулой между двумя последовательными столкновениями с другими молекулами). Попробуем понять, от чего и как зависит эта величина. Будем измерять длину свободного пробега в «продольных» метрах в направлении движения молекулы (кружок со стрелкой на рисунке 2,б), считая его прямолинейным. Чтобы подчеркнуть этот факт, снабдим эти метры специальным

значком параллельности. Итак, размерность длины свободного пробега будет $[l_m] = m_{||}$.

Но что мешает рассматриваемой молекуле двигаться по прямой до бесконечности? Разумеется, другие молекулы. При чем ясно, что чем больше их находится в единице объема, скажем в одном кубическом метре, и чем больше размер каждой из них, тем больше помех они создадут для движения нашей избранной молекулы. Поперечный размер каждой мешающей молекулы естественно измерять «перпендикулярными» метрами. Тогда размерность их радиуса r_m (будем считать, что молекулы имеют форму шариков) можно записать в виде $[r_m] = m_{\perp}$. А объем кубического метра, в котором находится n молекул, можно представить как произведение размерности длины этого куба (вдоль направления движения молекулы) на площадь в один квадратный метр (расположенную поперек направления ее движения), так что $[n] = 1/(m_{||} \cdot m_{\perp}^2)$. Тогда единственным выражением для длины свободного пробега, определяемым соображениями размерности, будет следующее:

$$l_m \sim \frac{1}{nr_m^2}.$$

Большого теория размерностей нам дать не может. А нам большего и не нужно.

Итак, из рисунка 2 видно, что если, например, на уровне моря молекулы буквально «толкнутся на месте», пробегая свободно всего лишь расстояние $l_m \sim 10^{-7} \text{ м} = 0,1 \text{ мкм}$, то на высоте, скажем, 150 км их длина свободного пробега уже почти 100 м! Это значит, что для летательного аппарата с размерами порядка 10 м на этой высоте уже не существует никакой сплошной среды — он будет «чувствовать» лишь удары отдельных молекул, иначе говоря, будет находиться в свободномолекулярной среде. Следовательно, приносимая этими молекулами суммарная энергия будет мала, хотя энергия каждой отдельной молекулы и велика. Поэтому с увеличением высоты и сопровождающим ее падением плотности среды собственная температура последней становится все менее существенной в тепловом режиме летательного аппарата, и на первый план выступают другие явления, о чем пойдет речь ниже.

А что делается на других планетах? Конечно, об их атмосферах сведений меньше, чем об атмосфере Земли, но уже существуют физико-математические модели их атмосфер, позволяющие нарисовать такие же графики распределений их параметров, как

на рисунках 1 и 2. Например, с Меркурием совсем просто – у него вообще нет атмосферы. (То же самое можно сказать о Луне.) На Венере атмосфера очень плотная (давление у поверхности порядка 100 атм), горячая (температура 750 К) да еще почти целиком состоит из углекислого газа. Ее плотность у поверхности почти в 70 раз больше, чем на Земле! На Марсе, наоборот, атмосфера очень разреженная и холодная (давление $(4,5 - 7,5) \cdot 10^{-3}$ атм, температура 150–260 К) и тоже в основном состоит из CO_2 . Ее плотность у поверхности приблизительно в 50–100 раз меньше, чем у Земли. Атмосфера Юпитера представляет собою многосоткилометровый слой, состоящий в основном из молекулярного водорода и гелия. Об атмосферах Сатурна, Урана и Нептуна в настоящее время имеется слишком мало сведений. Тут вся надежда на будущие исследования молодых читателей этой книги.

А что находится выше атмосфер, дальше планет? Прежде всего наша Галактика, часто называемая Млечным Путем, содержащая более 100000 миллионов звезд и имеющая в поперечнике приблизительно 100000 световых лет. А еще дальше – снова галактики, туманности, разделенные сильно разреженным газом, в основном водородом и гелием. И наконец, вся Вселенная, имеющая в радиусе около 15000 миллионов световых лет и содержащая до 100000 миллионов галактик, подобных Млечному Пути.

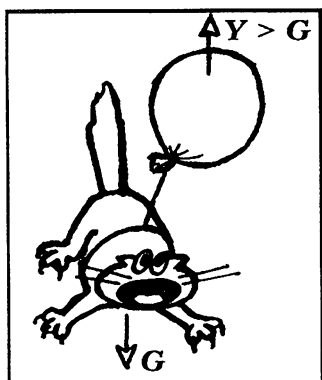
Но, прежде чем решить, к какой из звезд (и зачем) лететь, вспомним, как человек впервые на несколько минут оторвался от Земли.

ЗАКОН АРХИМЕДА И ВОЗДУХОПЛАВАНИЕ

...Полет на свободном аэростате представляет нечто совершенно исключительное. Абсолютный покой и тишина кругом, эта оторванность от Земли и пребывание в пространстве... – все это порождает в душе аэронавта такие удивительно приятные ощущения, такие чувства какой-то неземной радости и благодати, каких на Земле не может дать ни одно наслаждение.

К.Фламарион

Возьмите кубик из дерева или пластмассы, который, может быть, сохранился у вас со времен детского сада. Подержите его в воздухе где-то между полом и потолком и отпустите. Он упадет на пол. Почему? Все ясно: его притягивает Земля с силой, называемой силой тяжести.



Теперь, засучив рукава, погрузите этот кубик в ванну, наполненную водой, между ее дном и поверхностью и тоже отпустите. Он всплывет. Почему? Разве исчезло тяготение? Разве сила притяжения Земли не действует на кубик в воде? Не может быть: ведь утюг или гантель опускаются на дно. Почему же кубик всплывает? Значит, на него действует еще какая-то сила, направленная вверх, — *выталкивающая сила*. В случае с кубиком она «перебарывает» силу

тяжести, в случае гантели ее не хватает, чтобы заставить гантель всплыть.

Как бы узнать, откуда взялась эта сила и чему она равна?

Обратимся к рисунку 3 и посмотрим, какое действие оказывает вода на опущенный в нее кубик. На все грани кубика действуют силы давления воды. Но, как известно, давление в жидкости на разной глубине разное — оно тем больше, чем больше

глубина погружения. Значит, силы давления, действующие на верхнюю и нижнюю грани кубика, различны. Нетрудно догадаться, что сила, действующая на нижнюю грань, больше. Посмотрим, на сколько.

На верхнюю грань действует сила давления воды, направленная вниз и равная

$$F_{\downarrow} = \rho_{\text{ж}} g y a^2.$$

Сила, действующая со стороны воды на нижнюю грань, направлена вверх и равна

$$F_{\uparrow} = \rho_{\text{ж}} g (y + a) a^2.$$

Рис. 3. На кубик, погруженный в воду, сверху и снизу действуют разные силы, что приводит к возникновению результирующей силы Архимеда

Так что действие этих двух сил эквивалентно действию одной силы, направленной вверх и равной

$$F_A = F_{\uparrow} - F_{\downarrow} = \rho_{\text{ж}} g (y + a) a^2 - \rho_{\text{ж}} g y a^2 = \rho_{\text{ж}} g a^3$$

(силы давления на боковые грани взаимно компенсируются).

Это и есть выталкивающая сила. Но, с другой стороны, $\rho_{\text{ж}} g a^3$ – это вес воды, которую можно было бы налить в наш кубик, если он полый, т.е. вес воды в объеме кубика. Тот факт, что здесь стоит объем куба a^3 , не принципиален – для тела любой формы с объемом V , погруженным в жидкость, можно получить выражение для силы Архимеда:

$$F_A = \rho_{\text{ж}} g V.$$

Итак, мы пришли к выводу, что на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, направленная вверх и численно равная весу жидкости в объеме погруженной части тела. Сам Архимед формулировал эту мысль другими словами: «Твердое тело, которое имеет равный вес и равный объем с жидкостью, погружается в нее настолько, что ни одна часть его поверхности не выступает над жидкостью и не опускается ниже». Мы бы сказали теперь, что в этом случае плотности твердого тела и жидкости равны. И еще Архимед говорил так: «Тела, относительно более тяжелые, чем жидкость, опускаются вниз до самого дна и становятся в жидкости на столько легче, сколько весит объем жидкости, равный объему тела».

Первая догадка об этом законе ошеломила Архимеда, пожалуй, больше, чем Ньютона зрелый фрукт, упавший на голову. Говорят, Архимед бежал из своей ванны голым по улицам древних Сиракуз на прием к царю с криком «Эврика!» (Нашел!), ставшим на все времена символом неожиданных и радостных находок.

Даже не формулируя, люди использовали закон Архимеда издревле, когда на бревне, надутом мехе или долбленной лодке переправлялись через реку. Но до использования его в инженерной практике прошло почти две тысячи лет. Лишь в 1666 году английский корабельщик Антони Дин, к несказанному удивлению здравомыслящих современников, теоретически определил осадку корабля и прорезал пушечные порты в бортах до спуска его на воду. Ранее эта «хирургическая операция» проводилась лишь после практического определения ватерлинии, когда корабль уже был на плаву.

И еще курьез: когда в позапрошлом веке от деревянных парусных кораблей (дерево плавает) стали переходить к железным пароходам, обывательское сознание возмутилось – железо ведь тонет! Мы-то с вами знаем: хоть стальная гантель и тонет в ванне, но если ее раскатать в тонкий лист и согнуть этот лист «лодочкой» или в виде полушария, он будет плавать (как плавают в пруду или в реке пустые консервные банки, брошен-

ные нехорошими туристами) – важно вытеснить воды по весу не меньше, чем вес этого стального листа из гантели.

Да что там корабли, плавают целые континенты (точнее, тектонические плиты – большие участки земной коры, включающие в себя и континенты, и соседние участки океанического дна). Только плавают они, конечно, не в соленой воде океанов, а на гранитных подушках, под которыми лежит еще более плотная мантия Земли. Однако, что это мы устремились мысленно вглубь? Нам нужно вверх...

Прошел еще не один десяток лет.

Если вес воды – факт, очевидный из ежедневной практики, то осознание весомости воздуха пришло после долгих размышлений и фундаментальных физических опытов. Наконец, эту мысль сформулировал Торричелли в следующих образных выражениях: «Мы погружены на дно безбрежного моря, воздушной стихии, которая, как известно из неоспоримых опытов, имеет вес, причем он наибольший вблизи поверхности Земли».

Значит, закон Архимеда должен «работать» и в воздухе, и в атмосферах других планет. Благодаря закону Архимеда могут держаться в воздухе аэростаты и дирижабли – своего рода «пузырьки», заполненные легким газом и плавающие в более «тяжелом» воздухе. Поэтому полет этих тел так и называется – воздухоплавание.

Рассмотрим условие равновесия аэростата в атмосфере. В этом случае, конечно, плотность жидкости $\rho_{\text{ж}}$ в формуле для силы Архимеда нужно заменить плотностью атмосферы ρ : $F_A = \rho g V$. Если масса оболочки аэростата, всех креплений и полезного груза – вообще всей «сухой» конструкции – равна M , а плотность заполняющего его газа ρ_r , то искомое условие запишется в виде

$$\rho g V = g M + \rho_r g V,$$

откуда

$$M = (\rho - \rho_r) V.$$

Из этой формулы видно, что лучше было бы в оболочке никакого газа вообще не оставлять – все выкачать, создать вакуум, тогда выталкивающая сила Архимеда и, следовательно, поднимаемая полезная масса были бы наибольшими. Но в этом случае внешняя атмосфера может сплющить оболочку. А чтобы этого избежать, ее пришлось бы делать толстой и тяжелой – что-то вроде парового котла. Значит, противодействие изнутри важно, и легкий газ необходим.

Но где взять легкий газ, т.е. более легкий, чем воздух?

Такие газы природа приготовила: водород, гелий, метан, аммиак, ацетилен и другие. Но водород взрывоопасен (водород плюс кислород – страшный гремучий газ), гелий дорог, остальные из названных газов тоже либо горючи, либо ядовиты, либо обладают резким запахом. Да и все они были просто недоступны двести лет назад в нужных немалых количествах.

А ведь можно сделать легким и сам воздух – просто подогреть его! Так и поступили братья Монгольфье (1783 г.): сделали большой льняной шар, оклеенный бумагой, наполнили горячим дымом, и «при большом стечении народа» на этом шаре поднялись в воздух сначала животные, а потом и люди.

Русский посол во Франции Барятинский писал тогда в Россию о «поднятии на воздух великой тягости посредством дыма»: «Величество сего зрелища и чувствование, какое происходило в нескольких ста тысячах, описать никак невозможно, ибо радость, чувствительность, страх, ужас и восторг видны были на всех лицах, и до сего момента... вся публика еще как в чаду».

Любопытно, что французский король долго не соглашался на подъем людей в воздух, боясь за участь аэронавтов. Он даже предлагал пустить в полет для пробы кого-либо из приговоренных к казни, обещая им свободу, если они возвратятся на землю невредимыми, – столь трудным и опасным представлялся первый полет!

А вот и еще один легкодоступный легкий газ – водяной пар! Ведь молярная масса воды 18 г/моль, а воздуха – 29 г/моль. Получается, что мы могли бы наполнить тонкую оболочку водяным паром и летать на этом устройстве?! Да вот беда – надо было бы поддерживать эту оболочку горячей, не ниже 100 °С, чтобы пар на ней не конденсировался изнутри, иначе по ее внутренней поверхности потекут вниз «слезы», как по холодному оконному стеклу, и шар опустится. Забавно, что сами братья Монгольфье, наблюдая, как облака переваливают через вершины гор, пытались первоначально наполнить свой шар именно водяным паром. После вполне понятной неудачи они не оставили попыток летать и, наконец, достигли успеха, сжигая влажную солому; при этом они думали, что получили заодно и специальный газ, невиданный до тех пор.

Символично, что великий математик Леонард Эйлер в том же году (причем в день своей смерти – 7 сентября 1783 г.) подробно рассчитал подъемную силу аэростата, как бы завещая будущим воздухоплавателям мысль о необходимости использовать законы физики.

Однако есть планета, где можно не опасаться конденсации водяного пара, — это Венера, у которой, как мы уже знаем, горячая атмосфера (примерно 500 °С у поверхности), да к тому же еще и более тяжелая, чем на Земле (молярная масса углекислого газа 44 г/моль). На этой планете вода станет паром «сама собой», и аэростат «всплывет».

Но высоко ли можно подняться на аэростате? Конечно, не выше того уровня, где плотность атмосферы сравняется с плотностью газа, наполняющего аэростат, ибо в этом случае разность плотностей в условии равновесия обратится в ноль. При помощи рисунка 1, на котором изображена зависимость плотности и давления земной атмосферы от высоты, можно легко оценить то конечное значение высоты, до которого может «всплыть» аэростат, наполненный даже самым легким газом — водородом.

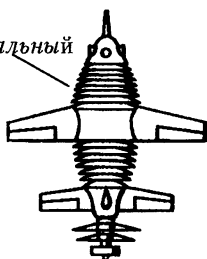
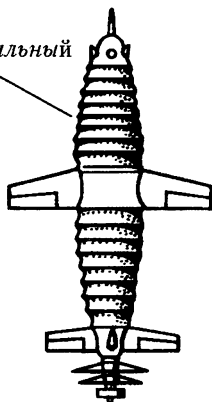
А как подняться выше? Нужно либо сбрасывать балласт, либо увеличивать объем аэростата с легким газом. Вот почему стратосферные аэростаты у земли выглядят такими мятыми грушами — заполняющий их легкий газ на уровне моря имеет меньший объем, чем в верхних слоях атмосферы, а при подъеме они превращаются в шары.

А на Венере? Аэростат, наполненный водяными парами, будет подниматься до тех пор, пока понижение температуры атмосферы не приведет к их конденсации. Расчеты показывают, что это произойдет на высоте около 40 км. Если же наполнить аэростат аммиаком, то аммиак начнет конденсироваться на высоте более 100 км.

А что произойдет после конденсации? Объем аэростата уменьшится (его можно сделать, например, из тонкого гофрированного металла в виде гармошки), аэростат начнет падать вниз, но, попадая вновь в раскаленные слои, сконденсированное (и бережно собранное в резервуар) вещество вновь испарится, аэростат снова взмоет вверх и так далее. И что замечательно: при этих движениях вверх-вниз можно позволить вращаться горизонтальному вентилятору, мощность которого будет расходоваться, например, на подзарядку аккумуляторов, питать приборы. Таким образом можно заставить «бесплатно» работать на нас тяготение Венеры.

Конечно, в реальности картина сложнее из-за особенностей атмосферы Венеры (соотношений давления, плотности, температуры газов на разных высотах, отличных от условий на Земле), в результате чего лучше использовать не один только водяной пар, а его смесь, например с аммиаком. Да и сам аэростат можно снабдить небольшим двигателем (т.е. превратить в дирижабль),

а)

Объем
минимальныйОбъем
максимальный

еще и крылышками, и рулями для управляемого планирования, так что в результате получится нечто, изображенное схематически на рисунке 4, а.

Но это мы размечтались, пользуясь богатством возможностей, которые открывает физика. А как было на самом деле?

До чего же разнообразными оказались области применения воздушного шара! Например, уже вскоре после первых полетов на монгольфьере два француза-дуэлянта, поднявшись в саду Тюильри на воздушных шарах, на высоте 700 м открыли пальбу друг в друга и, пропоров свои летательные аппараты, погибли оба. А Бланшар, задумавший перелет на воздушном шаре из Англии во Францию, делал попытки регулировать спуск и подъем шара с помощью особого парашюта (рис.4, б).

б)

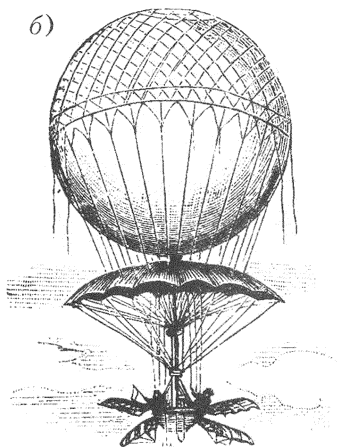


Рис.4. а) Дирижабль с оболочкой из тонкого гофрированного металла, которая, будучи достаточно жесткой, может в то же время изменять свой объем; б) воздушный шар Бланшара с парашютом

Во время первой мировой войны аэростаты использовались для целей разведки, во время второй – для создания помех бомбометанию и защиты больших городов (кому не известны фотоснимки Москвы с привязными аэростатами!).

Метеорологи ежедневно запускают шары-зонды для исследования параметров атмосферы. При помощи аэростатов получают

и уникальную информацию о Вселенной. Группа японских и индонезийских астрономов во время затмения Солнца 11 июня 1983 года получила изображение околосолнечного пылевого кольца со стратостата, поднявшегося на высоту более 30 км. Оказалось, что на расстоянии около четырех радиусов от Солнца существует плоский диск, состоящий в основном из пылевых частиц (остатков вещества, из которого образовались планеты) общей массой около миллиона тонн, разогретых приблизительно до полутора тысяч кельвинов. А на Венере? Шар-зонд, сброшенный по пути летательным аппаратом, который двигался на встречу с кометой Галлея в 1986 году, позволил установить существование на высотах 50–60 км в атмосфере Венеры ураганного ветра со скоростью 200 км/ч! Правда, тот зонд был по старинке наполнен гелием.

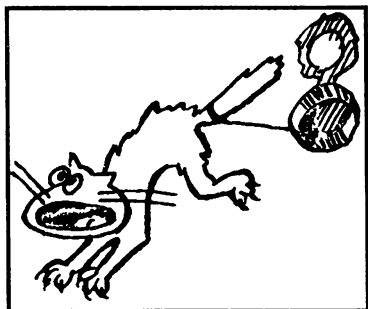
ПРИСОЕДИНЕННАЯ МАССА

Это – дух Марли! ...Длинная цепь опоясывала его и волочилась за ним ... Она была составлена... из ключей, висячих замков, копилочек, документов, грессбухов и тяжелых кошельков с железными застежками.

Ч. Диккенс

Но что если аэростат только *начнет* двигаться из состояния покоя?

Давайте рассмотрим пузырек воздуха в воде (мысленно или, например, в аквариуме с принудительной «вентиляцией») – такой пузырек очень похож на воздушный шар в атмосфере. На него будет действовать вверх сила Архимеда, равная, как мы знаем, весу воды в объеме пузырька. А масса пузырька, т.е. масса заключенного в нем воздуха, приблизительно в тысячу раз меньше, чем масса воды того же объема. Значит, чтобы найти ускорение пузырька под действием силы Архимеда,



да, согласно второму закону Ньютона мы должны разделить силу Архимеда на массу пузырька. В результате получим приблизительно 1000g! Выходит, что пузырек, первоначально покоившийся в воде, а затем предоставленный самому себе, должен «рвануться» вверх под действием силы Архимеда с ускорением, в тыся-

чу раз (физики говорят: на три порядка) превышающим ускорение земного тяготения!

Тут явно что-то не так.

Все дело в том, что, начиная двигаться, и пузырек, и воздушный шар должны сообщить ускорение еще и массе окружающей их среды; ведь какая-то масса должна перетекать сверху вниз, в области, освобождаемые шаром от своего присутствия (рис.5). А какую же массу воздуха должен ускорить шар? Неужто всю атмосферу? В принципе – да, он приводит в движение всю атмосферу, но, конечно, чем дальше от него, тем слабее будет движение атмосферы.

В результате вычислений (которые для нашей книги очень сложны) получим, что эта *присоединенная* масса воздуха, которую ускоряет шар, равна в точности половине массы воздуха в объеме шара. А для цилиндра, ускоряющегося перпендикулярно своей оси, совсем просто: присоединенная масса равна массе воздуха в его объеме. В результате шар, как и любое тело, ускоряющееся в воздухе, будет обладать кажущейся массой, равной сумме масс самого тела (в покое) и его присоединенной массы. Вот почему все движения аэростатов и дирижаблей с изменением скорости будут выглядеть так, как если бы эти летательные аппараты сильно «потяжелели» при маневрах. При равномерном и прямолинейном движении присоединенная масса равна нулю.

Таким образом, присоединенная масса зависит от формы тела, а для одного и того же тела – от направления ускорения (если это, конечно, не шар). Например, в случае сигарообразного дирижабля его присоединенная масса в осевом направлении меньше, чем в перпендикулярных к нему направлениях.

Явление присоединенной массы впервые было открыто экспериментально в 1776 году Дюбуа, изучавшим колебания сферического маятника в воздухе. Измеренные им значения коэффициента присоединенной массы лежат в интервале 0,45 – 0,67, в который попадает и точное значение 0,5 для сферы.

А что же пузырек, с которого мы начали? Для воздушного пузырька в воде присоединенная масса почти в полтысячи раз

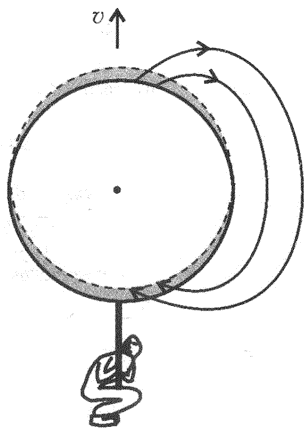


Рис.5. Как возникает присоединенная масса

больше его собственной массы; следовательно, ускорение из состояния покоя под действием силы Архимеда составит всего лишь около $2g$.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ И КАЧЕСТВО КРЫЛА

Я медленно побежал против ветра; вес машины уменьшался с каждым шагом, а затем я ощутил ее подъемную силу. В следующий момент ноги мои оторвались от земли... Чувство полета восхитительно, и описать его невозможно.

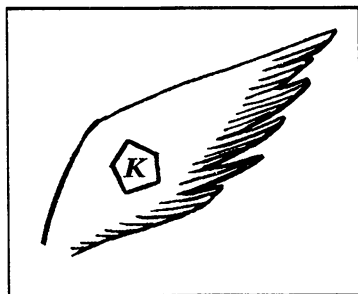
Р. Вуд

На тело, равномерно движущееся в воздухе, действует аэродинамическая сила. Чтобы убедиться в этом, достаточно, например, горизонтально выставить ладонь в окно движущегося автобуса или вагона поезда (разумеется, осторожно). При поворотах ладони вокруг горизонтальной оси возникнут волнообразные движения руки: сила со стороны воздуха будет действовать на кисть то вверх, когда ветер ударяет в ладонь, то вниз, когда ударяет в ее тыльную сторону. В первом случае *угол атаки* α (между плоскостью ладони и вектором скорости \vec{v} набегающего потока) считается положительным, во втором – отрицательным (рис.6).

Разложим аэродинамическую силу, действующую на обтекаемое тело со стороны воздуха, на две составляющие: перпендикулярную вектору скорости Y и направленную вдоль этого вектора X . Первая из них называется *подъемной силой*, вторая – *силой сопротивления*.

От чего эти силы зависят?

Для ответа на этот вопрос снова используем теорию размерностей. Сначала выпишем те характеристики процесса, от которых, как мы ожидаем, должны бы зависеть упомянутые силы.



Прежде всего, разумеется, они зависят от скорости v (м/с) – если, например, самолет в безветренную погоду стоит на месте, то он не испытывает ни сопротивления воздуха, ни подъемной силы. Далее, важно еще, в какой среде происходит движение, т.е. сила должна

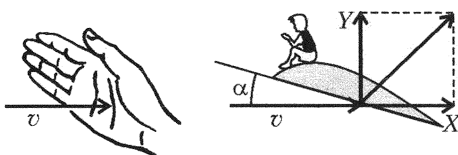


Рис.6. На руку и крыло, обтекаемые воздухом под углом атаки α , действуют сила сопротивления X и подъемная сила Y

зависеть от плотности среды ρ (кг/м^3). А еще от чего? Конечно, от размера движущегося тела: попробуйте при сохранении скорости взмахнуть в воздухе ладонью без веера и с веером – сразу станет ясно, что веером махнуть труднее. Итак, аэродинамическая сила зависит еще и от размера тела L (м).

Выпишем эти величины:

$$v, \text{ м/с}; \rho, \text{ кг/м}^3; L, \text{ м}.$$

Как из них составить комбинацию, имеющую размерность силы, т.е. ньютона ($1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2$)? Сразу видно, что из наших трех параметров килограмм входит только в размерность плотности ρ , а секунда – только в размерность скорости v , причем здесь она в знаменателе в первой степени, а нам надо в квадрате. Следовательно, уже точно сила будет пропорциональна произведению ρv^2 . Но размерность этой величины есть $\text{кг/}(\text{с}^2 \cdot \text{м})$, а нам нужно, чтобы метр стоял в числителе; стало быть, нужно умножить еще на квадрат размера тела, т.е. на L^2 . Итак, единственная комбинация величин v , ρ , L , имеющая размерность силы, есть $\rho v^2 L^2$.

Но что это? Ведь и подъемная сила Y , и сила сопротивления X должны иметь одну и ту же размерность – ньютон; неужели и формула для них будет одна и та же $\rho v^2 L^2$? Ясно, что это не так: например, если крыло или ладонь поставить перпендикулярно скорости движения, то сопротивление будет, а подъемной силы – никакой. Значит, перед обоими выражениями для сил должен стоять еще какой-то множитель, зависящий по крайней мере от угла атаки, но не имеющий размерности, – безразмерный коэффициент, который, конечно, не могла обнаружить теория размерностей. Этот коэффициент в случае подъемной силы пусть называется *коэффициентом подъемной силы*, а в случае силы сопротивления – *коэффициентом сопротивления*:

$$Y = c_y \rho v^2 L^2, \quad X = c_x \rho v^2 L^2.$$

Мы употребили слово «пусть», потому что настоящие аэродинамики вводят *аэродинамические коэффициенты* несколько иначе:

$$Y = C_y (\rho v^2 / 2) S, \quad X = C_x (\rho v^2 / 2) S,$$

используя вместо L^2 , например, площадь крыла S и объемную плотность кинетической энергии набегающего потока $\rho v^2 / 2$ (*скоростной напор*).

Но не думайте, что эти безразмерные множители – такая уж простая штука. Эксперимент показывает, что они сильно зави-

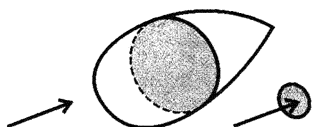


Рис. 7. Наглядная иллюстрация зависимости силы сопротивления от формы тела: диск и дирижабль с поперечным сечением, в 25 раз большим, чем у диска, имеют одинаковые сопротивления

сют, помимо угла атаки, от формы обтекаемого воздухом тела. Для

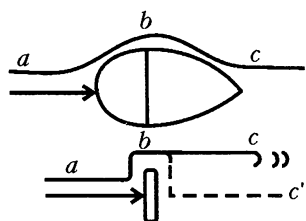


Рис. 8. Влияние формы тела и линий тока на сопротивление тела

примера на рисунке 7 приведены два тела, имеющие совершенно разную форму – одно диск, другое похоже на дирижабль, но обладающие одним и тем же сопротивлением. Заметим, что при этом площадь диска в 25 раз (а радиус в 5 раз) меньше самого большого поперечного сечения «дирижабля». Значит, для этих тел, будь их лобовые сечения одинаковыми, значения c_x от-

личались бы тоже в 25 раз! Почему? Дело в отрыве потока от тела. Для наглядности на рисунке 8 приведена, помимо осевой, еще одна линия тока abc для обоих тел и показано, что в случае «дирижабля» она прилегает к поверхности на всем протяжении тела, а в случае диска она не идет вдоль штриховой линии bc' , а «проскакивает» дальше. Это приводит к образованию на задней поверхности диска зоны сильно пониженного давления (разрежения), а сама «линия тока» рассыпается на последовательность вихрей, вращательное движение которых, постепенно затухая, уносит энергию поступательного движения тела, переводя ее в тепло.

Выше было сказано, что в выражениях для X и Y безразмерные коэффициент сопротивления c_x и коэффициент подъемной силы c_y зависят от угла атаки α . А как получить эти зависимости?

В некоторых случаях их можно рассчитать: например, в этой книге мы проведем такой расчет для случая, когда аппарат летит очень высоко, там, где молекул уже мало и они вблизи аппарата сталкиваются не друг с другом, а только с аппаратом (см. главу «На большой высоте»). А в тех случаях, когда рассчитать трудно, приходится изучать зависимость этих коэффициентов от угла атаки экспериментально — для этого в мире и построены сотни аэродинамических труб. Теория размерностей уже сэкономила нам много усилий — уже не надо устанавливать, что аэродинамическая сила и ее составляющие X и Y пропорциональны плотности среды, площади аппарата и квадрату скорости. В результате таких экспериментов мы получим две кривые c_y и c_x в зависимости от α . Но можно, для экономии места, нарисовать и одну кривую: зависимость c_y от c_x (математик скажет, что мы исключили α), а значения α написать в каждой точке этой новой кривой. Такая кривая называется *поларой* летательного аппарата (рис.9).

Качественный вид этой кривой понятен: существует такой угол атаки, при котором подъемной силы нет, а сопротивление есть (точка А). С увеличением угла атаки увеличиваются сначала и подъемная сила, и сопротивление (участок АБ). Затем, после точки Б, подъемная сила начинает падать, а сопротивление все еще растет (участок БВ) и достигает максимума при нулевом значении подъемной силы, когда мы ставим ладонь или крыло поперек потока (точка В).

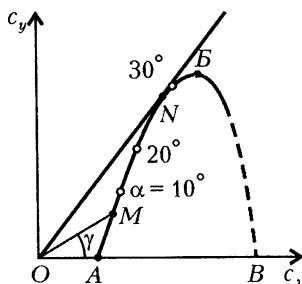


Рис.9. Характерный вид взаимосвязи между подъемной силой и силой сопротивления для крылатого летательного аппарата

Крыло является принципиально важной частью самолета и планера, отчего оба они называются крылатыми летательными аппаратами. А чем они различаются? Коротко можно сказать, что планер есть самолет без двигателя, а самолет — планер с двигателем.

Но что же заставляет планер двигаться вперед? Это делает составляющая веса (силы тяжести) \vec{G} , направленная вдоль вектора скорости. Разумеется, эта составляющая появится только в том случае, если вектор скорости наклонить относительно горизонта так, как это показано на рисунке 10. (Собственно, такой наклонный полет и называется планированием.) Напом-

ним, что подъемная сила Y , по определению, перпендикулярна вектору скорости \vec{v} и, следовательно, не участвует в создании силы тяги.

А вот самолету лететь наклонно не надо: для него силу тяги F создает его двигатель (рис.11).

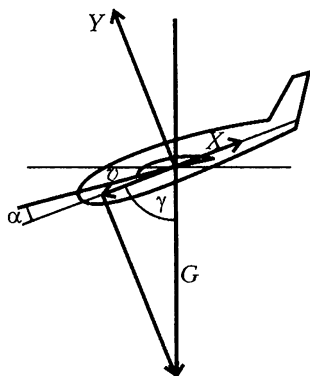


Рис. 10. Равновесие сил для планера в спокойном воздухе

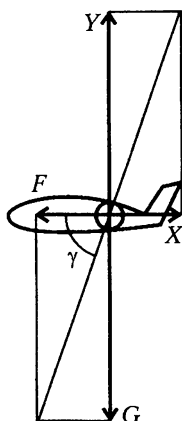


Рис. 11. Равновесие сил для самолета в горизонтальном полете

Но вернемся к нашей поляре.

Не только ради экономии места мы нарисовали эту единственную кривую, поляру. Она помогает быстро ответить на некоторые важные вопросы – например, как далеко вы сможете пролететь, если остановился двигатель и ваш самолет превратился в планер. Пусть планер движется в спокойном воздухе равномерно и прямолинейно по наклонной прямой со скоростью \vec{v} (см. рис.10). Угол атаки равен α , а угол направления скорости движения центра масс планера по отношению к вертикали равен γ . Запишем условие равновесия составляющих аэродинамической силы и проекций на них веса (силы тяжести) планера:

$$G \sin \gamma = Y = c_y \rho v^2 L^2,$$

$$G \cos \gamma = X = c_x \rho v^2 L^2.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{c_y}{c_x} = \frac{Y}{X} = K.$$

Это отношение подъемной силы к силе сопротивления Y/X (или уравновешивающих эти силы, соответственно, веса аппарата к силе тяги его двигателя G/F в горизонтальном полете,

как показано на рисунке 11) называется *аэродинамическим качеством крыла*. Ясно, что, чем меньше необходимая для полета сила тяги при заданном весе летательного аппарата, тем этот аппарат выгоднее, лучше, совершеннее, «качественнее». Или, чем дальше он пролетит по горизонтали, планируя без двигателя с заданной высоты, тем он «качественнее» как летательный аппарат. Самым высоким качеством $K = 51$ из современных летательных аппаратов обладает планер «Нимбус» (ФРГ, 1970 г.), а большинство коммерческих самолетов имеют значения K в пределах от 10 до 30.

Из выражения для K видно, что чем дальше мы хотим «протянуть» в воздухе, тем больше должен быть угол γ и, значит, тем больше отношение c_y/c_x . Но это отношение есть просто тангенс наклона прямой OM , проходящей на рисунке 9 через начало координат O и точку поляры M , соответствующую определенному углу атаки α_M . И хорошо видно, что дальше всего мы пролетим, когда эта прямая станет касательной к поляре (ON), так как в этом случае угол γ самый большой.

Итак, имея на борту вашего летательного аппарата его поляру, вы можете при помощи линейки провести касательную ON и прочесть тот угол атаки α_N , который вам нужно держать, чтобы дотянуть до «своих» через речку или линию фронта.

Изложенной выше информации достаточно, чтобы в следующих трех главах рассмотреть переменные движения воздушного шара и планера.

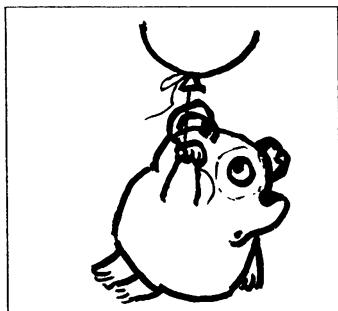
КАК ПОДПРЫГНУТЬ ВЫШЕ КРЫШИ

Выше носа не прыгнешь.

Устаревший экспериментальный факт

Что значит подпрыгнуть? Это сложнейший процесс, сопровождающийся приседанием, распрямлением, отталкиванием носками... и в конце концов приземлением — по возможности «мягким». О прыгании написаны, вероятно, сотни или даже тысячи диссертаций учеными медицинских и физкультурных наук. А сколько рекордов!

У нас более скромная цель: всего лишь подпрыгнуть выше крыши; поэтому нужна простая физическая модель.



Слово «подпрыгнуть» означает, очевидно, отсутствие разбега. Предположим, мы можем в прыжке поднять свой центр масс на высоту $y_m \sim 1$ м над обычным положением (стоя). Поскольку движение происходит в постоянном поле тяготения Земли, легко найти начальную скорость (в момент отрыва):

$$v_0 = \sqrt{2gy_m} \sim 4,5 \text{ м/с}$$

и время полета (от отрыва до касания земли):

$$t_0 = 2\sqrt{\frac{2y_m}{g}} \sim 1 \text{ с.}$$

Здесь мы применили хорошо известные законы для движения точечной массы с постоянным ускорением и, конечно, воспользовались очень приятным упрощающим предположением: «сопротивлением воздуха пренебречь».

Но как наш центр масс приобретает скорость v_0 ? Присев, мы затем распрямляемся в течение некоторого времени τ за счет энергетических затрат собственного организма, так что к моменту отрыва от земли наше тело массой m_0 приобретает кинетическую энергию $m_0 v_0^2/2$. Этот процесс можно изобразить качественно в виде штриховых кривых $v(y)$ и $y(t)$ на рисунке 12.

Но этак слишком высоко не прыгнешь. И тут приходит мысль о Винни-Пухе, который догадался использовать воздушный шарик, чтобы добраться до меда на дереве. Последуем его примеру.

Наполним шар легким газом – водородом плотностью $\rho_r = \frac{2}{29}\rho$, где ρ – плотность воздуха. Масса газа в объеме шара равна $m_v = V\rho_r = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_r$, где r – радиус шара. Но и оболочка шара обладает какой-то массой, а именно $m_s = 4\pi r^2\sigma$, где σ – поверхностная плотность оболочки. Как мы уже знаем, теперь при распрямлении придется разгонять не только собственную массу, но еще и массу оболочки m_s , и массу водорода в оболочке m_v . И это еще не все. Как показано выше (см. рис. 5), при ускорении любого тела в воздухе (любом другом газе или жидкости) приходится приводить в ускоренное движение и определенную массу окружающей среды – так называемую присоединенную массу. Если предположить, что наш шарик не деформируется, эта присоединенная масса оказывается в точности равной половине массы воздуха в объеме шарика: $m' = \rho V/2$.

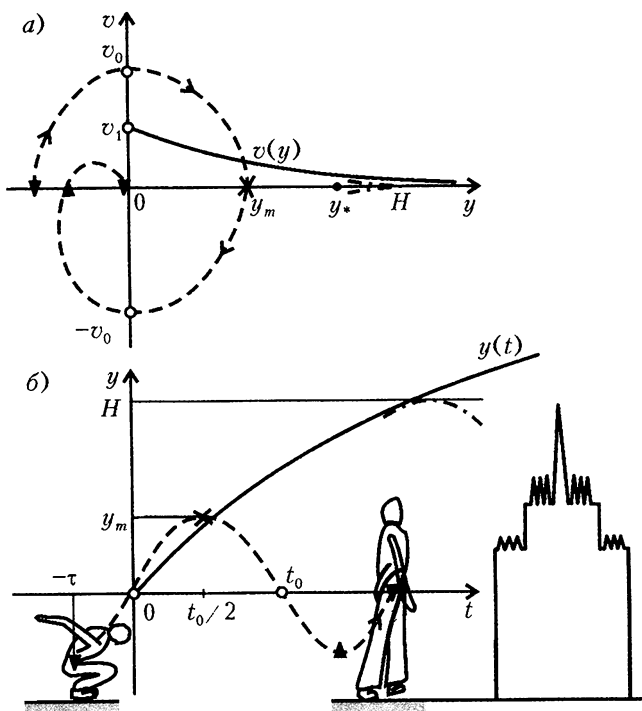


Рис. 12. Движение прыгуна: а) фазовая траектория; б) зависимость высоты от времени

Таким образом, желающему подпрыгнуть вместе со всем этим устройством нужно будет ускорить суммарную массу $m = m_0 + m_V + m_S + m'$. Это явно не легче. Да еще придется преодолевать силу сопротивления воздуха шарiku, которой теперь уже никак пренебречь нельзя. Эта сила сопротивления пропорциональна площади поперечного сечения шарика, плотности воздуха и квадрату скорости движения. Это было установлено из соображений размерностей, а безразмерный коэффициент пропорциональности $C_x \approx 1/2$ можно измерить экспериментально. В результате получим

$$X = \frac{\pi}{4} \rho r^2 v^2$$

(проверьте, по крайней мере, размерность). И, конечно, надо добавить еще подъемную силу Архимеда, равную $\rho V g$.

Итак, запишем закон движения (второй закон Ньютона) прыгуна в воздухе:

$$ma = -(m_0 + m_V + m_S)g + \rho Vg - \frac{\pi}{4}\rho r^2 v^2.$$

Но, подобно ситуации с Винни-Пухом, в состоянии покоя, когда скорость и ускорение равны нулю, сила Архимеда должна уравновешивать силу притяжения Земли, так что последнее уравнение примет вид

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho_r) = m_0 + 4\pi r^2 \sigma$$

(любопытно, что при этом условии суммарная инертная масса, которая будет играть роль при ускоренном движении, становится равной $3m'$).

Если заданы m_0 и σ , получаем кубическое уравнение для определения радиуса шара (желающий да решит его). В частности, отсюда легко найти наименьшее значение этого радиуса. Предположим, что оболочка невесома: $\sigma = 0$. Тогда

$$r_{\min} = \sqrt[3]{\frac{3m_0}{4\pi(\rho - \rho_r)}}.$$

Принимая массу школьника или студента (перед обедом) $m_0 = 50$ кг, а плотность воздуха $\rho = 1$ кг/м³, получим

$$r_{\min} \approx 2,3 \text{ м}.$$

Очевидно, что для подъема весомой оболочки придется увеличить объем шара, добавив еще легкого газа.

Если считать, что в любом случае прыгун располагает одним и тем же запасом энергии

$$\frac{1}{2}m_0 v_0^2 = \frac{1}{2}m v_1^2,$$

то в момент отрыва от земли будет достигнута явно меньшая скорость (см. рис.12,а):

$$v_1 = v_0 \sqrt{\frac{m_0}{m}} < v_0.$$

И даже меньше этой, если учесть еще и затраты энергии на преодоление сопротивления воздуха в процессе распрямления.

И вот мы оттолкнулись от земли и движемся вверх. В уравнении движения осталась только сила сопротивления воздуха:

$$ma = -\frac{\pi}{4}\rho r^2 v^2.$$

Но что такое ускорение? Это изменение скорости со временем:

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. А что такое скорость? Это изменение перемещения со временем: $v = \frac{\Delta y}{\Delta t}$. Отсюда для ускорения получим выражение

$$a = v \frac{\Delta v}{\Delta y}.$$

Подставим его в уравнение движения и сократим на v :

$$\frac{\Delta v}{\Delta y} = -\frac{\pi}{4} \frac{\rho r^2}{m} v.$$

Можно переписать это уравнение так, чтобы обе его части стали безразмерными:

$$\frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta y}{y_*},$$

где величина $y_* = \frac{4m}{\pi \rho r^2}$ имеет, очевидно, размерность длины.

И очевидно, что это не случайный масштаб: он характеризует *темп* изменения скорости с расстоянием. На этом расстоянии скорость заметно изменяется – например, в два раза; точнее, в три раза; еще точнее, в 2,7 раза. Но сейчас это не столь важно. Можно проанализировать последнее уравнение и не решая его.

Прежде всего видно, что скорость убывает с высотой: об этом говорит знак «минус». Далее видно, что эта убыль скорости тем меньше, чем меньше сама скорость. Когда же скорость стремится к нулю, то и ее «приращение» (отрицательное) тоже стремится к нулю. Значит, график $v(y)$ подходит к оси y все ближе, никогда не достигая ее при любом конечном значении y (см. сплошную кривую на рисунке 12,а). Получается, что мы все время будем двигаться вверх, правда все медленнее, но нигде не останавливаясь. В итоге зависимость высоты от времени будет иметь вид сплошной кривой на рисунке 12,б.

Вспомним, однако, что плотность атмосферы уменьшается с высотой; значит, будет уменьшаться и сила Архимеда, так что рано или поздно мы вернемся на землю. Кроме того, при очень малых скоростях изменится сам закон сопротивления воздуха.

Сила станет пропорциональной уже первой степени скорости и так называемой *вязкости* воздуха, которой мы до сих пор пренебрегали. Но это произойдет при скоростях движения порядка микрометров в секунду. Эта численная оценка получается в предположении абсолютно спокойной атмосферы, а так не бывает. Воздух постоянно находится в движении (горизонтальный ветер, вертикальные перемещения теплого воздуха вверх и холодного вниз – так называемая конвекция). Эти крупномасштабные движения сопровождаются мелкими завихрениями (турбулентностью), в результате чего вязкость движущегося воздуха гораздо больше, чем спокойного, и к тому же непостоянна в пространстве и во времени. Все эти явления наши вдумчивые читатели смогут учесть в дальнейшем – в своих научных работах.

А сейчас, чтобы нам уверенно вернуться вниз, надо отказаться от точного уравнивания силой Архимеда суммарной силы тяжести своего тела и шара и положить в карман хотя бы спичечный коробок или лучше бутерброд (водород горюч!). Этот небольшой перегрузок позволит кривой $v(y)$ пересечь ось y на некоторой высоте H , превосходящей заданную высоту (например, здания МГУ на Воробьевых горах); значит, начнется движение вниз (штрих-пунктирные линии на рисунке 12). А легкий ветерок перенесет нас через дом, реку, лес... Это уже похоже на приятный прыжок во сне. Так что прыгайте на здоровье!

КАК ПОПАСТЬ НА ТАИНСТВЕННЫЙ ОСТРОВ

Драматические события развернулись «над пустынной ширью Тихого океана... 23 марта 1865 года.

...Пассажиры воздушного шара вновь заметили, что они медленно, но непрерывно спускаются... Аэронавты оказались в ужасном положении.

...Выбросив из гондолы все, что там находилось, воздухоплавателям удалось продержаться в воздухе несколько лишних часов.

...К двум часам дня аэростат оказался уже на расстоянии четырехсот футов от поверхности океана.

...Цепляйтесь все за сетку. А гондолу в воду!

...И лишь только гондола оторвалась, аэростат поднялся на высоту в две тысячи футов.

...Но, продержавшись одно мгновение вверху, аэростат опять стал спускаться. Газ утекал сквозь дыру в оболочке, и повреждение невозможно было исправить.

...Надежда была только на чудо. В четыре часа дня

шар оказался всего лишь на высоте пятьсот футов от поверхности океана.

– Земля! Земля! –

Но земля находилась на расстоянии тридцати миль. Достигнуть ее аэростат мог по меньшей мере через час, да и то при условии, что ветер не переменится.

...Однако... стало совершенно очевидно, что шар больше держаться в воздухе не может. Он летел, касаясь поверхности воды.

Полчаса спустя до берега оставалось не больше мили.

...Оболочку выгнуло горбом, и ветер, надув ее, помчал по воде, словно парусную лодку.

...Он был уже в двух кабельтовых от берега, как вдруг у четырех путников вырвался крик ужаса. Взметнулся грозный вал, и шар, как будто уже лишившийся подъемной силы, неожиданно взлетел вверх. Словно избавившись от какой-то части своего груза < Смиа и его собаки Тона >, он поднялся на тысячу пятьсот футов.

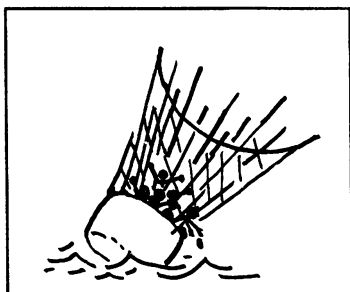
...В гондоле аэростата было пятеро путников и собака, но на берег выбросило только четырех человек.

Шар, освободившись от тяготящего бремени, ... взмыл вверх и исчез в небесном просторе».

Узнали? Правильно, это «Таинственный остров» Жюль Верна. Мы подробно выписали эту последовательность событий, чтобы представить зависимость от времени массы и высоты полета в виде рисунка 13. Конечно, это только качественный рисунок, сделанный на основании показаний Ж.Верна: тогда еще не было «черных ящиков» с точной записью параметров. Но и этих сведений достаточно, чтобы попытаться сделать некоторые количественные оценки.

Прежде всего, «очевидец» трижды описывает взлет шара вверх после освобождения от очередной порции груза как быстрый процесс: «лишь только...» (AB); «неожиданно взлетел» (DE); «взмыл вверх» (FK). Эти участки траектории отмечены на рисунке крутыми подъемами. А спуск аэростата, следующий за каждым его подъемом, происходил достаточно медленно. Таким образом, тут указаны два сильно отличающихся масштаба времени: $\tau_{\uparrow} \ll \tau_{\downarrow}$.

Аналогичная ситуация встречается при исследовании многих



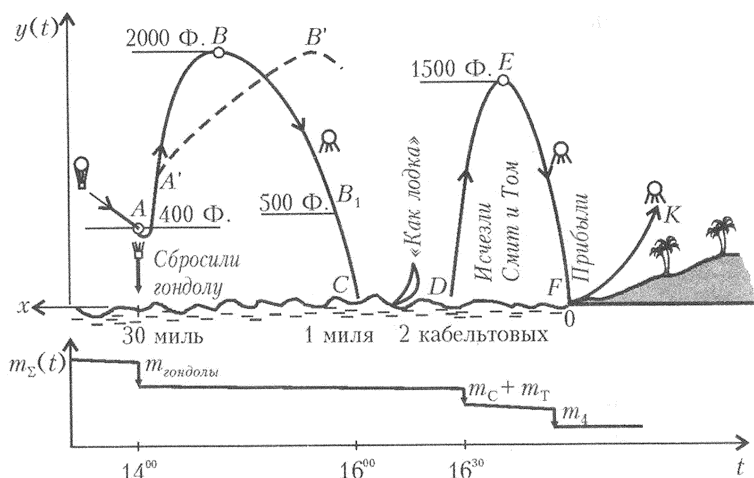


Рис. 13. Зависимость высоты и массы шара от времени

проблем физики и математики; при этом появляется плодотворная возможность провести так называемое *расслоение по физическим процессам*. Это означает, что в масштабе «малого времени» можно не рассматривать процессы, которые существенны на «большом времени», и наоборот. В результате исследование упрощается. Например, в нашем случае на участке быстрого подъема AB , согласно описанию Ж.Верна, можно не учитывать изменение массы шара из-за утечки газа, а на участке спуска BC она будет играть определяющую роль.

Но пора сделать и численные оценки, ибо, как говорит древнерусская пословица, физика без оценок – что щи без соли.

Автор сообщил нам, что «объем шара равнялся пятидесяти тысячам кубических футов». Конечно, имеется в виду начальный объем, когда аэростат еще можно было назвать шаром. Стало быть,

$$V_0 = 50 \cdot 10^3 \Phi^3 = 50 \cdot 10^3 \cdot (0,3)^3 \text{ м}^3 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ м}^3.$$

Отсюда легко найти радиус этого шара:

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{V_0}{4/3 \pi}} = 7 \text{ м}.$$

Далее, более или менее определенная информация начинается с точки A – после сброса гондолы. При этом в пределах указанных значений высоты (наибольшая высота равна

2000 Ф. ≈ 600 м) можно пренебречь изменением плотности атмосферы и считать ее равной $\rho = 1,225$ кг/м³.

Однако что это за газ, которым был наполнен шар? Конечно, это не мог быть гелий – его открыли тремя годами позднее, да и то в короне Солнца, а на Земле получили (в малых количествах) лишь через тридцать лет после описанной Жюлем Верном драмы. Может, это был теплый воздух, как у современных аэростатов? Но у этих невольных аэронавтов не было ни горелки, ни топлива. Значит, водород? Ну конечно, водород – уже лет семьдесят назад его научились добывать в промышленных масштабах, а использовать для наполнения аэростатов предложил сам Шарль, известный теперь каждому здравомыслящему школьнику. Вспомним, что молярные массы водорода и воздуха относятся как 2 : 29. При указанном объеме масса газа (водорода) в шаре равна

$$m_T = V_{0P_T} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ м}^3 \cdot \frac{2}{29} \cdot 1,225 \text{ кг/м}^3 = 120 \text{ кг},$$

а подъемная сила (сила Архимеда) шара составляет

$$V_{0P}g = 1,4 \cdot 10^3 \text{ м}^3 \cdot 1,225 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 = 1,68 \cdot 10^4 \text{ Н},$$

что соответствует возможной поднимаемой массе чуть больше полутора тонн.

А что известно о пассажирах аэростата? Сайрес Смит – «сухопарый, подтянутый»; Геден Спилет – «высокого роста и еще не стар – лет сорока не больше,.. энергичный, подвижный»; негр Нат – «сильный, проворный, ловкий»; моряк Пенкроф – «рослый, крепкий»; юный Герберт Браун – «смелый мальчик»; Топ – «высколченная англо-нормандская гончая». Судя по этому описанию, пассажиры не были рыхлыми толстяками, поэтому разумно принять массу четырех счастливых, выброшенных на берег, равной $m_4 = 300$ кг, а массу двух упавших в океан (Смита и Топы) считать равной $m_C + m_T = 100$ кг (для круглого счета).

Итак, пока что мы насчитали суммарную массу порядка полутонны:

$$m_4 + m_C + m_T + m_T = 520 \text{ кг}.$$

В начальный момент шар мог поднять массу порядка одной тонны, в которую, конечно, входит масса оболочки шара $m_{ш}$ (неизбежная, хотя и нежелательная) и масса какого-то еще полезного груза (помимо уже учтенной массы путешественников). Мы уже никогда не узнаем общую начальную массу запаса

патронов, оружия, провианта и десяти тысяч золотых франков («тяжелый мешок»), выброшенных еще до точки A (см. рис.13). Но известно, что, как только сбросили весь груз и гондолу, шар поднялся до высоты 2000 Ф. (точка B). В этой точке реализовалось равенство силы Архимеда и силы тяжести всех пассажиров, оболочки шара и водорода (газа):

$$m_4 + m_c + m_T + m_{ш} = V_B \rho \left(1 - \frac{\rho_r}{\rho} \right).$$

Приблизительно через два с половиной часа (в точке E) аналогичное равенство (но уже без Смита и Топа) дает

$$m_4 + m_{ш} = V_E \rho \left(1 - \frac{\rho_r}{\rho} \right).$$

В последних двух равенствах учтено, что изменились объем шара V и масса оставшегося газа m_r . Строго говоря, в точках B и E обращается в ноль вертикальная составляющая скорости, а не ускорения или равнодействующей всех сил. Но начиная с этих точек происходит уже очень медленный спуск, при котором все силы почти уравновешены на «большом времени».

Но что же происходило на «малом времени», когда аэростат «взмывал» вверх после очередного сброса массы? Запишем изменение его кинетической энергии под действием подъемной силы, силы тяжести и силы сопротивления воздуха при изменении высоты на Δy :

$$(m + m') \frac{\Delta v^2}{2} = \left(V \rho g - mg - \frac{1}{2} \rho S \frac{v^2}{2} \right) \Delta y.$$

Здесь m — суммарная масса путешественников, оболочки шара и газа внутри шара, а m' — очень важная величина, которую никак нельзя забывать при ускоренных движениях аэростатов, дирижаблей, парашютов и пузырьков газа в жидкостях, она называется присоединенной массой. В теоретической гидромеханике показано, что она равна половине массы объема воздуха, вытесненного шаром:

$$m' = \frac{1}{2} V \rho \leq \frac{1}{2} V_0 \rho = 850 \text{ кг}.$$

Видно, что она больше суммы масс водорода в шаре и всех пассажиров.

Два первых слагаемых в скобках в правой части уравнения, описывающего изменение кинетической энергии аэростата, не требуют пояснений. Последнее слагаемое — это сила аэродинами-

ческого сопротивления. Как видно, она пропорциональна плотности воздуха, площади поперечного сечения движущегося тела и квадрату его скорости. А безразмерный множитель – это коэффициент сопротивления, в нашем уравнении выписано его значение ($\sim 1/2$) для шара.

Конечно, в процессе подъема аэростата изменяется и масса водорода m_f (за счет вытекания через отверстие), и объем V , и площадь поперечного сечения S , но мы ведь договорились о расслоении по физическим процессам: на «малом времени» эти величины можно считать неизменными.

Теперь введем обозначения:

$$v_*^2 = \frac{V\rho - m}{\rho S} \cdot 4g \quad \text{и} \quad y_* = \frac{V\rho/2 + m}{\rho S} \cdot 2$$

и перепишем уравнение изменения кинетической энергии аэростата:

$$\Delta v^2 = (v_*^2 - v^2) \frac{\Delta y}{y_*}.$$

Тогда решение этого уравнения примет вид

$$\frac{y - y_0}{y_*} = \ln \frac{1}{1 - \left(\frac{v - v_0}{v_*} \right)^2},$$

где y_0 – начальная высота, v_0 – скорость опускания до сброса gondoly (в точке A) или до «потери» Смита с Топом (в точке D), а y_* и v_* – постоянные величины, смысл которых ясен из рисунка 14: как говорят физики умными словами, скорость асимптотически стремится к постоянному значению v_* на характерном расстоянии y_* .

Выходит, что в наших предположениях аэростат должен вечно подниматься вверх с постоянной скоростью v_* ? (Кстати, ее легко найти из нашего исходного уравнения, не решая его, а просто приравняв левую часть к нулю, что и будет означать установившийся режим.) И тут пора вспомнить о медленном опускании на «большом времени». Мы не знаем, как быстро вытекал водород через отверстие в оболочке шара. Но мы можем оценить среднюю скорость опускания на участке BB' : согласно рисунку 13, в течение

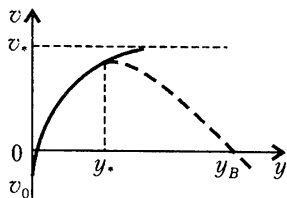


Рис. 14. Зависимость скорости шара от высоты

приблизительно двух часов шар снизился на 1500 Ф. = 500 м; значит, средняя скорость опускания была

$$\langle v_{\downarrow} \rangle = \frac{500 \text{ м}}{2 \cdot 3600 \text{ с}} = 7 \text{ см/с}.$$

Заметим, что при такой скорости сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала.

Обсудим подробнее характерное расстояние, или *длину релаксации*

$$y_* = \frac{m + m'}{\rho S/2}.$$

Ясно, что полная масса аэростата m должна быть не больше, чем масса воздуха в объеме шара. Поэтому

$$m + m' \leq V_0 \rho + \frac{1}{2} V_0 \rho = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho = 2 \pi r_0^3 \rho.$$

Отсюда

$$y_* \leq \frac{2 \pi r_0^3 \rho}{\rho \pi r_0^2 / 2} = 4 r_0.$$

Таким образом, установление скорости происходит на расстоянии, равном приблизительно двум диаметрам шара, т.е. «взмывание» заканчивается на полусотне метров (~ 150 футов). Получается, что траектория движения аэростата выглядит скорее как $AA'B'$, а сила сопротивления воздуха уравнивает убывающую подъемную силу. Конечно, к этому моменту аэростат перестал быть шаром. Если при этом вообразить его, например, цилиндром длиной πr_0 (его меридиан считаем нерастяжимым), то объем его будет равен $V = \pi r_0 S$.

Собирая всю накопленную информацию, желающий да проведет «разбор полета»: рассчитает, как изменялись параметры аэростата вдоль всей его траектории от A до F . Но при этом надо помнить, что, во-первых, решение *обратных задач* (восстановления событий по их следам) — дело непростое даже при объективных данных; а во-вторых, сама объективность показаний Жюль Верна может вызывать сомнения: не летел же он рядом с аэронавтами на вертолете (иначе сам бы и помог, как благородный человек). Поэтому, например, его показания о быстром взлете и медленном спуске шара ($\tau_{\uparrow} \ll \tau_{\downarrow}$) могут оказаться неправдоподобными, так что вдруг на самом деле эти времена одного порядка ($\tau_{\uparrow} \sim \tau_{\downarrow}$). Мы же ограничимся представленной возможностью поговорить о физике на основе этой

забавной выдумки инженера и талантливое писателя теперь уже позапрошлого века.

Приложение для желающих вычислять

1) Плотность стандартной атмосферы на разных высотах:

y, км	0	1	2	3
ρ , кг/м ³	1,225	1,1117	1,0066	0,9094;

2) 1 морская миля = 1852 м;

3) 1 кабельтов = 183 м;

4) 1 фут = 1 Ф. = 0,305 м.

Итак, конец XVIII века осчастливил человечество первыми успехами воздухоплавания. Однако все попытки решить еще одну важную проблему – двигаться в желаемом направлении – долго оставались безрезультатными. Шары аккуратно переносили человека с места на место, но только в направлении, навязанном стихией. Никакие ухищрения – воздушные весла, паруса, вращаемые человеком винты – успеха не принесли, пока не появился достаточно мощный и легкий двигатель. Благодаря ему более чем через сотню лет после первого подъема человека в воздух были осуществлены направленные полеты как на воздухоплавающем аппарате – дирижабле, так и на аппаратах тяжелее воздуха – самолетах.

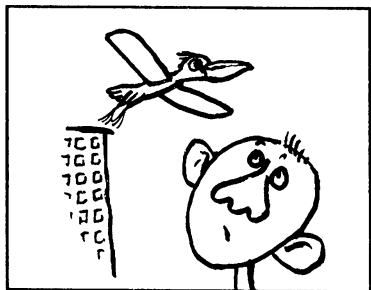
КАК БЕСПЛАТНО УЛЕТЕТЬ НА КАНИКУЛЫ

*Однажды в студеную зимнюю пору
Я из лесу вышел.
Был сильный мороз.
Гляжу...*

Н Некрасов

Тут Догадливый Студент взглянул на высокое здание общежития – и его осенило. Он хотел домой на каникулы. Но авиабилеты были дороги, идти в ночные грузчики или в «комок» было неохота, а сила Знания безгранична. И осенила его Мысль.

Если сделать планер и разогнать его вдоль скользкой оледеневшей крыши... А разогнать при помощи невесомого нерастяжимого троса, перекинутого через блок без тре-



ния, и при участии нескольких Преданных Друзей (рис.15). Да если при этом еще пренебречь трением о крышу и сопротивлением воздуха...

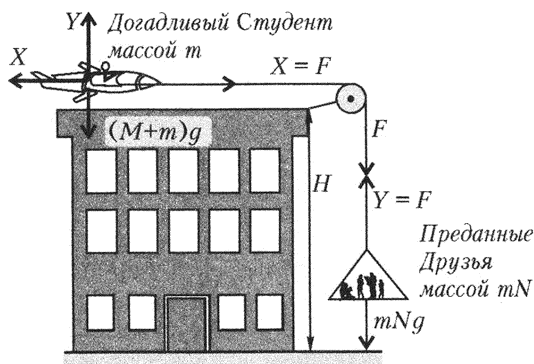


Рис. 15. Схема смелого эксперимента

Положим, что масса планера M , масса Догадливого Студента и каждого его Друга m , сила натяжения троса F . Тогда можно записать уравнения второго закона Ньютона для горизонтального движения планера с пилотом (масса $M + m$) и вертикального движения люльки с N Преданными Друзьями (масса mN , а люлька пусть невесома):

$$(M + m)a_x = X, \quad mNa_y = mNg - Y.$$

Но поскольку трос нерастяжим, модули ускорений его концов и ускоряющих сил одинаковы, т.е. $a_x = a_y = a$, $X = Y = F$. Поэтому предыдущие равенства можно записать в виде одного уравнения (исключив F , как сказал бы математик)

$$(M + m(N + 1))a = mNg.$$

Смысл этого уравнения очевиден: справа стоит сила тяжести всех Преданных Друзей, а слева – масса всей системы (включая массу Догадливого Студента и его планера), которой упомянутая сила тяжести сообщает ускорение a .

Согласно полученному уравнению, ускорение постоянно, значит, скорость будет расти со временем линейно, а пройденный путь – квадратично:

$$v = at, \quad s = y = a \frac{t^2}{2},$$

где

$$a = \frac{mN}{M + m(N + 1)} g.$$

Но в рассматриваемой ситуации важно не время. Важно, чтобы высота общежития H и число Преданных Друзей N были достаточны для достижения какой-то наименьшей скорости v_* , при которой можно будет взлететь. Поэтому, исключив время t , лучше записать зависимость скорости от пройденного пути в виде

$$v = \sqrt{2ay}, \text{ или } \frac{v^2}{2} = ay.$$

Последнее равенство уж очень что-то напоминает. Подставив сюда a , получим

$$(M + m(N + 1)) \frac{v^2}{2} = (mNg) y.$$

Это — закон сохранения полной механической энергии: кинетическая энергия общей массы системы $M_0 = M + m(N + 1)$ приобретает за счет изменения потенциальной энергии Преданных Друзей при их опускании по вертикальной координате от 0 до $-y$, или за счет работы постоянной силы mNg на пути $s = y$. И это «энергетическое» утверждение в отсутствие потерь механической энергии (что и предполагалось) адекватно соответствующему «силовому» уравнению.

Итак, в принятых предположениях удельная кинетическая энергия системы $v^2/2$ (в расчете на единицу массы) пропорциональна расстоянию y (рис. 16). Но какую наименьшую скорость v_* надо набрать при $y = H$? Очевидно, такую, при которой подъемная сила планера Y станет равной силе тяжести $(M + m)g$. Из соображений размерностей, например, легко понять, что подъемная сила пропорциональна квадрату скорости, площади крыла S и плотности воздуха ρ :

$$Y \sim \frac{v^2}{2} S \rho.$$

А чтобы знак пропорциональности заменить знаком равенства, нужно поставить в эту формулу еще какой-то

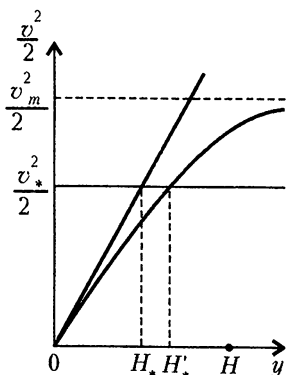


Рис. 16. Зависимость удельной кинетической энергии летательного аппарата от высоты

безразмерный множитель C_y , который зависит от конструкции планера, но никак не «охватывается» теорией размерности. Для его определения нужны другие теории или эксперимент. Он так и называется: коэффициент подъемной силы. Таким образом, чтобы взлететь, нужно соблюсти условие

$$C_y \frac{v_*^2}{2} S \rho = (M + m) g.$$

На рисунке 16 проведена горизонтальная прямая, соответствующая этой наименьшей скорости v_* .

И тут Догадливого Студента осенила следующая мысль: как же так – подъемная сила есть, значит, воздух есть, а сопротивления воздуха нет?! Не может такого быть. Поэтому либо в силовое уравнение нужно добавить силу сопротивления воздуха X , либо в энергетическое уравнение – ее работу. По-видимому, сила сопротивления должна зависеть от тех же величин, что и подъемная сила, только с каким-то другим безразмерным коэффициентом сопротивления C_x . Чем меньше сопротивление при данной подъемной силе, тем более совершенен летательный аппарат. Существует понятие аэродинамического качества летательного аппарата $K = C_y/C_x$, с помощью которого силу сопротивления планера можно записать в виде

$$X = -\frac{Y}{K} = -\frac{C_y}{K} \frac{v^2}{2} S \rho.$$

Добавим теперь работу этой силы в энергетическое уравнение. Но поскольку эта сила изменяется по мере ускорения планера, уравнение нужно записывать не для конечного расстояния y , а для малых приращений Δy , внутри каждого из которых переменные силы можно считать постоянными:

$$M_0 \Delta \left(\frac{v^2}{2} \right) = m N g \Delta y - \frac{C_y}{K} S \rho \left(\frac{v^2}{2} \right) \Delta y.$$

Получилось так называемое дифференциальное уравнение относительно $v^2/2$ как функции y . Эти страшные слова не смутили Догадливого Студента. Уравнение простенькое, решать такие он умел еще в школе. Но многое можно сказать, даже не решая это уравнение.

Например, совершенно ясно, что в любой момент времени (или при любом значении y) скорость планера с учетом силы сопротивления будет меньше, чем без учета этой силы. Значит, соответствующая кривая на рисунке 16 пойдет ниже прямой ay . Далее, когда (из-за увеличения скорости) сила сопротивления

станет равной постоянной силе тяжести mNg , скорость перестанет изменяться и достигнет предельного значения v_m . Положив левую часть дифференциального уравнения равной нулю, получим

$$\frac{v_m^2}{2} = mNg \frac{K}{C_y S \rho}.$$

Эта горизонтальная прямая проведена штрихами на рисунке 16. Именно к ней будет асимптотически стремиться (никогда не достигнув) кривая зависимости удельной кинетической энергии от расстояния. Из рисунка видно, что теперь (с учетом силы сопротивления) эта кривая пересечет прямую $v_*^2/2$, соответствующую наименьшей требуемой скорости v_* , при $H'_* > H_*$. Если вообще пересечет — для этого нужно соблюдение условие $v_m^2/v_*^2 > 1$, или

$$\frac{mNK}{M+m} > 1.$$

Видно, что друзей надо приглашать побольше (увеличивать N) или делать планер полегче (уменьшать M) и аэродинамически совершеннее (увеличивать K). Все это очевидно, но теперь можно ответить и на вопросы «сколько?».

И еще одно важное наблюдение сделаем, не решая дифференциальное уравнение, а лишь слегка преобразовав его. Используем характерную скорость v_m в качестве масштаба скоростей и получим

$$\Delta \left(\frac{v}{v_m} \right)^2 = \left(1 - \left(\frac{v}{v_m} \right)^2 \right) \left(\frac{C_y S \rho}{KM_0} \right) \Delta y.$$

Теперь видно, что и расстояние Δy просто напрашивается отнести к некоторой характерной величине, имеющей размерность длины. Она уже приготовлена во вторых скобах правой части уравнения. Обозначим ее через h :

$$h = \frac{KM_0}{C_y S \rho}.$$

Пусть, например, качество планера соответствует $K \sim 10$, площадь его крыла $S \sim 10 \text{ м}^2$, суммарная масса всей движущейся системы $M_0 \sim 10^3 \text{ кг}$, плотность морозного воздуха $\rho \sim 1 \text{ кг/м}^3$, а безразмерный коэффициент подъемной силы $C_y \sim 1$. Тогда получим $h \sim 10 \text{ м}$.

Введенная нами h — не случайная комбинация букв. Она действительно характеризует то расстояние, на котором скорость «почти» достигает своего максимального значения, или, как говорят физики, релаксирует к установившемуся значению. Поэтому h можно назвать длиной релаксации.

Сказанного уже вполне достаточно. Но уж совсем Любопытный Читатель может потребовать точную зависимость скорости планера от расстояния. Пожалуйста. Для этого нужно просто решить преобразованное дифференциальное уравнение, добавив к нему начальное условие: при $y = 0$ скорость планера $v = 0$. Учтем еще, что $\Delta(v/v_m)^2 = -\Delta(1 - (v/v_m)^2)$, поскольку знак приращения Δ «съедает» любую постоянную, в том числе и единицу, и введем новую переменную

$$\beta = 1 - \left(\frac{v}{v_m} \right)^2.$$

Тогда интересующее нас уравнение запишется в виде

$$d\beta = -\beta \frac{dy}{h}.$$

Это уравнение широко известно в науке. Например, оно может описывать распад радиоактивных элементов (тогда y играет роль времени, а h — периода полураспада) или изменение популяции микробов в банке (тогда h отрицательно). В нашем случае решение последнего уравнения с упомянутым начальным условием имеет такой вид (не верите — спросите любого прохожего):

$$\left(\frac{v}{v_m} \right)^2 = 1 - e^{-y/h}.$$

И теперь уж Догадливый Студент, измерив высоту общежития H , точно может сказать, сколько Преданных Друзей нужно пригласить, чтобы его планер достиг необходимой скорости.

Но где взять планер? Подсчитав все затраты и предвидя возражения коменданта общежития, мэрии, муниципалитета, самих Преданных Друзей и, наконец, возможную оттепель (при которой нужно учесть еще и силу трения о крышу), он понял, что дешевле купить авиабилет. Так что — летайте самолетами...

ПОД ДАВЛЕНИЕМ ЛУННОГО СВЕТА

Но если свет производит давление, то в темную ночь летать безопаснее, чем при полной Луне?

Из рассуждений одной девочки

Кто же теперь не знает, что свет оказывает давление на освещенные тела. С этим явлением связаны имена замечательных ученых – Максвелла, Лебедева, Комптона. Но если вы станете спрашивать у прохожих, *почему* свет оказывает давление на поверхность, то ответы могут быть разными.

Школьный Хорошист, например, скажет, что свет состоит из частиц – фотонов, таких маленьких, очень легких шариков массой m , и при абсолютно упругом ударе о (зеркальную) поверхность со скоростью c каждый из них передаст импульс $mc - (-mc) = 2mc$. А если вам повезет и встретится школьный Отличник, то он скажет, что свет – это ведь, с другой стороны, электромагнитная волна, а она поперечна в том смысле, что векторы ее импульса \vec{p} , электрического поля \vec{E} и магнитного поля \vec{B} перпендикулярны друг другу и составляют правую тройку, как оси декартовой системы координат x, y, z ,

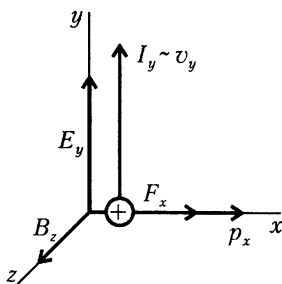
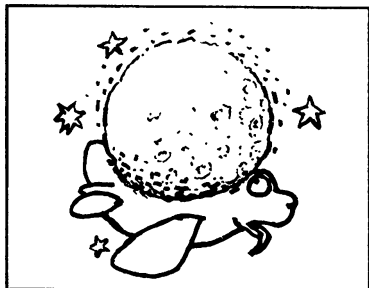


Рис. 17. Правая тройка векторов

так что им можно приписать соответствующие индексы: \vec{p}_x , \vec{E}_y , \vec{B}_z (рис.17). А раз так, то, падая на проводник, электрическое поле вызовет в нем ток I_y , а он (будучи, по определению, потоком положительных зарядов, движущихся со скоростью v_y) испытает в магнитном поле той же волны силу Лоренца \vec{F}_x , направленную вдоль оси x , т.е. в направлении движения самой волны. Отличник, возможно, добавит еще, что, если уж говорить об импульсе и массе фотона, то они равны $h\nu/c$ и $h\nu/c^2$ соответственно.

Если же вам повезет еще больше и встретится Студент Московского физико-технического института (МФТИ) или Московского государственного



нер с несущей площадью $s = 500 \text{ м}^2$ действует сила давления солнечного излучения $F_C = 0,005 \text{ Н}$.

Но что же Луна? Можно оценить сверху и силу давления лунного света. Если радиус Луны равен R_L , то ее диск перехватывает долю солнечного излучения, равную $(q\pi R_L^2)/(4\pi r_C^2)$ (рис.18). Конечно, часть этой энергии поглощается, но, если мы желаем получить оценку *сверху* (выше которой уже быть не может), предположим, что вся эта энергия отражается. Но как? Ясно, что не зеркально – иначе Луна выглядела бы, как блестящий елочный шарик с характерным бликом. А ведь она представляется нам плоским диском – это случай так называемого *диффузного* отражения. При этом мощность, уходящая с элементарной кольцевой полоски АВ площадью (рис.19)

$$ds_\theta = 2\pi R_L \sin \theta \cdot R_L d\theta$$

в телесный угол $d\Omega$ под углом θ к нормали, равна

$$dW = B ds_\theta \cos \theta \cdot d\Omega.$$

Это так называемый закон Ламберта, в котором коэффициент пропорциональности B называется яркостью (Brightness) и, как легко видеть, имеет размерность $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{ср})$ (ср – стерадиан, единица телесного угла). Из этого закона видно еще, что $ds_\theta \cos \theta$ есть площадь проекции кольцевой площадки АВ на диаметральную плоскость (она заштрихована на рисунке 19).

Интересно сравнить угловые зависимости – индикатрисы – отражения для различных планет с теми, которые следуют из закона Ламберта. Из рисунка 20 видно, что Марс, Земля и Венера отражают солнечный свет приблизительно одинаково, но, конечно, хуже, чем матовая поверхность по Ламберту. Обратим внимание на участок индикатрисы для Венеры, выходящий за пределы ламбертовского рассеяния. Видно, что при скользящих углах падения солнечного света $\gtrsim 120^\circ$ отражение становится частично зеркальным

(при этом должен появляться блик, хотя и очень слабый). А вот Луна – ночное светило – оказывается темнее других: ее среднее альбедо (отражающая способность) равно $\rho = 0,073$,

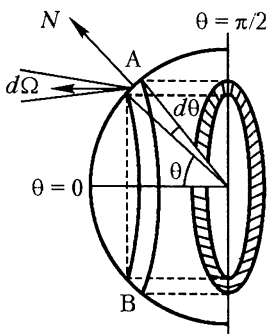


Рис. 19. Отражающий шаровой пояс на поверхности Луны

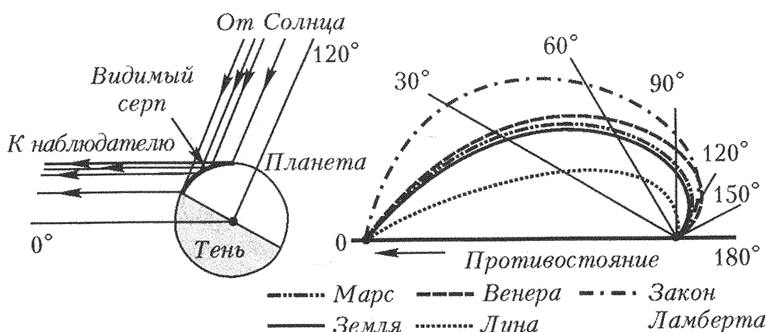


Рис. 20. Пространственно-угловые зависимости отраженного света для различных планет

т.е. Луна отражает приблизительно $1/14$ долю падающего излучения с плотностью потока q .

В качестве приближенной оценки примем, что доля ρ падающего излучения отражается равномерно в телесный полуугол 2π . Тогда для яркости получим величину порядка $B = \rho q / (2\pi)$. Теперь, чтобы узнать, какая сила давит на тот же авиалайнер в полнолуние, надо найти угол, под которым его площадь видна с Луны (см. рис.18):

$$\Delta\Omega = \frac{s}{r_L^2}.$$

Наибольшее значение косинуса угла α равно, конечно, единице (когда Луна стоит в зените над самолетом). Заметим, что рисунок 18 сделан не в масштабе, так что в реальности угол α может быть очень малым.

Итак, согласно закону Ламберта, сила давления лунного света на ночной лайнер будет равна

$$F_L = \frac{\rho q R_L^2 s}{c r_L^2} = F_C \rho \left(\frac{R_L}{r_L} \right)^2.$$

Отношение геометрических величин можно выразить через значение угла, под которым радиус Луны виден с Земли:

$$\frac{R_L}{r_L} = \frac{D_L}{2r_L} = \frac{\alpha_L}{2} \approx \frac{0,5^\circ}{2} \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

Таким образом, искомая сила еще порядков на пять ($25 \cdot 10^{-6}$) меньше, чем сила давления Солнца в зените:

$$F_L = F_C \rho \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,073 \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \sim 10^{-8} \text{ Н}.$$

С чем бы сравнить такую малую силу? С весом самолета

$$G \sim (250 - 400) \text{ т} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = (2,5 - 4) \cdot 10^6 \text{ Н} ?$$

Тогда

$$\frac{F_{\text{Л}}}{G} \sim 10^{-15}.$$

Смешно.

Давайте лучше сравним с разностью значений его веса ΔG при полете днем и в лунную ночь – ведь днем он ближе к Солнцу, но дальше от Луны, а ночью наоборот. Из рисунка 18 видно, что

$$\begin{aligned} \frac{G_{\text{день}} - G_{\text{ночь}}}{G} &= \frac{\Delta G}{G} = \\ &= \frac{M_{\text{Л}}}{M_{\text{З}}} \left(\left(\frac{R_{\text{З}}}{r_{\text{Л}} + R_{\text{З}}} \right)^2 + \left(\frac{R_{\text{З}}}{r_{\text{Л}} - R_{\text{З}}} \right)^2 \right) - \frac{M_{\text{С}}}{M_{\text{З}}} \left(\left(\frac{R_{\text{З}}}{r_{\text{С}} - R_{\text{З}}} \right)^2 + \left(\frac{R_{\text{З}}}{r_{\text{С}} + R_{\text{З}}} \right)^2 \right). \end{aligned}$$

Заметим, что здесь пренебрегается высотой полета в сравнении с астрономическими масштабами, а $r_{\text{Л}}$ и $r_{\text{С}}$ – расстояния между центрами небесных тел.

Выпишем нужные данные:

$$\frac{M_{\text{Л}}}{M_{\text{З}}} = \frac{7,36 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}} = 1,2 \cdot 10^{-2}, \quad \frac{M_{\text{С}}}{M_{\text{З}}} = \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}} = \frac{10^6}{3},$$

$$\frac{r_{\text{Л}}}{R_{\text{З}}} = \frac{384000 \text{ км}}{6,4 \cdot 10^3 \text{ км}} = 60, \quad \frac{r_{\text{С}}}{R_{\text{З}}} = \frac{150 \cdot 10^6 \text{ км}}{6,4 \cdot 10^3 \text{ км}} = 2,3 \cdot 10^4$$

и получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta G}{G} &= 1,2 \cdot 10^{-2} \left(\left(\frac{1}{1+60} \right)^2 + \left(\frac{1}{(60-1)} \right)^2 \right) - \\ &\quad - \frac{10^6}{3} \left(\left(\frac{1}{2,3 \cdot 10^4 - 1} \right)^2 + \left(\frac{1}{2,3 \cdot 10^4 + 1} \right)^2 \right) \sim -10^{-3}. \end{aligned}$$

Итак, даже разность значений веса самолета под Солнцем днем и под Луной ночью, связанная с гравитацией, во много раз больше, чем сила давления лунного света. Поэтому летайте спокойно и темной ночью, и в полнолуние. И даже днем, когда само Солнце, казалось бы, позволяет авиакомпании взять на борт на несколько пассажиров больше, чем ночью (если бы при этом не изменялась и плотность атмосферы, от которой зависят и подъемная сила, и сила сопротивления, и, следовательно, потребляемая мощность двигателей, и... но это отдельный разговор).

НАГРУЗКА НА КРЫЛО И ДРУГИЕ ПОЛЕЗНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Безупречный сонет один стоит длинной поэмы. Что это значит? Можно ли сказать, что хороший завтрак лучше дурной погоды?

А.Пушкин

В самом деле, как сравнить между собой все, что умеет летать: насекомых, птиц, человека на мускулолете, авиалайнер? Очевидно, не по развиваемой ими мощности N (смешно тут сравнивать «Боинг-747» со стрекозой), не по площади неподвижных крыльев или площади S , заметаемой движущимися крыльями или винтами, не по весу G (в отдельности), а по некоторым удельным характеристикам.

Из указанных величин разумно построить такие удельные характеристики, как нагрузка на площадь G/S , т.е. вес, приходящийся на единицу несущей площади, и нагрузка на мощность G/N , показывающая, какой вес приходится на каждый ватт (или каждую лошадиную силу) энергетической установки летательного аппарата. (Напомним: 1 л.с. = 735 Вт.)

Давайте определим, как нагрузка на мощность зависит от скорости. Поскольку в полете вес (точнее, сила тяжести) летательного аппарата уравнивается подъемной силой, которая равна силе сопротивления, умноженной на аэродинамическое качество крыла, а мощность – это произведение скорости на силу тяги (равную силе сопротивления), то можно записать

$$\frac{G}{N_v} = \frac{K \cdot X}{v \cdot X} = \frac{K}{v}.$$

(Понятно, что здесь N_v – не полная мощность двигателя, а только полезная ее часть, равная $N\eta$, где η – коэффициент полезного действия.)



Оказывается, нагрузка на мощность обратно пропорциональна скорости. Это значит, что при заданной мощности больший вес можно переносить только с меньшей скоростью – тривиальный факт.

Полученную формулу можно переписать и по-другому. Ведь в полете, как уже

было сказано,

$$G = Y \sim \rho v^2 S,$$

откуда

$$v \sim \sqrt{\frac{G}{S}},$$

т.е. скорость пропорциональна корню квадратному из нагрузки на крыло.

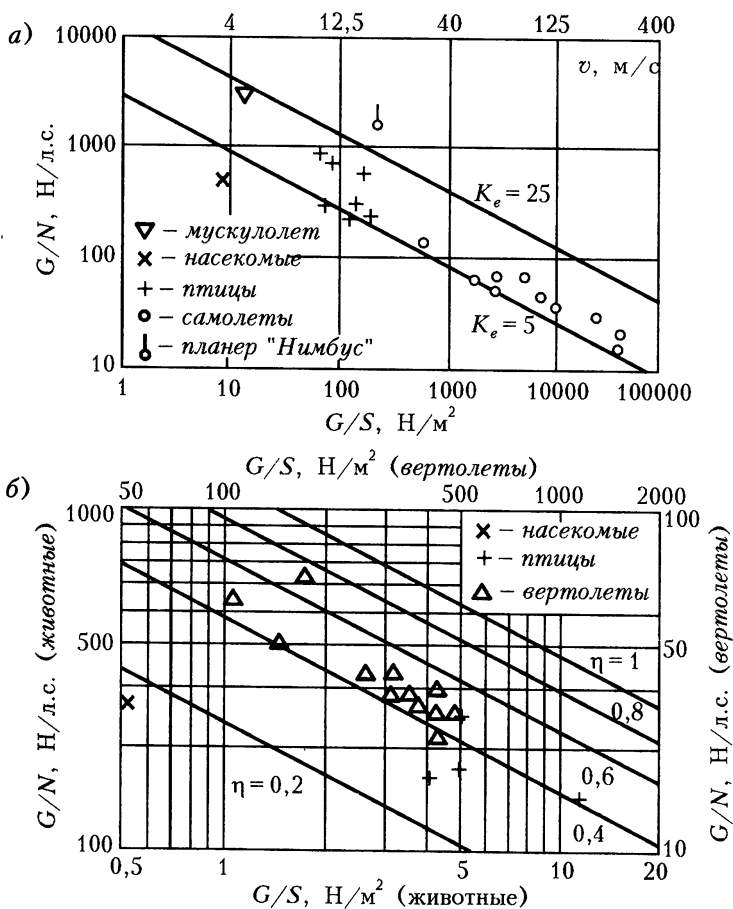


Рис.21. Связь между весом (силой тяжести), мощностью и площадью несущей поверхности для насекомых, птиц, планеров, самолетов и вертолетов

Если мы теперь построим плоскость (рис.21) с осями, на которых отложены эти величины: скорость, G/S (по горизонтальной) и G/N (по вертикали), то каждый режим полета изобразится точкой. Но поскольку приходится не только летать горизонтально, а и взлетать с Земли или делать развороты, как в случае выполнения восьмерки на мускулолете, когда требуется большая мощность, то каждый «аппарат» на этом графике, вообще говоря, должен быть изображен не точкой, а некоторым «размазанным» пятном. Горизонтальный размер этого пятна характеризовал бы диапазон его скорости, а вертикальный – разброс по мощности. Очевидно, что нижняя точка этого пятна соответствует максимальной мощности, а верхняя – спокойному горизонтальному полету. Далее, как видно, нагрузка на мощность (полную) пропорциональна произведению $K\eta = K_e$, поэтому на рисунке 21,а, проведены две линии с характерными значениями этого эффективного качества.

Кстати, почему при повороте нужна большая мощность? Прежде всего, необходимо наклонить крыло в сторону поворота. Но при этом подъемная сила, перпендикулярная плоскости крыла, тоже наклонится, а направление веса останется прежним – вертикальным. Тогда вертикальная составляющая подъемной силы (она ведь меньше модуля силы) уже не сможет скомпенсировать прежний вес, и нужно увеличить скорость полета (или угол атаки), а значит, и силу лобового сопротивления, и мощность.

Вот почему в 1959 году было объявлено через Лондонское Королевское общество о призе в 5000 фунтов стерлингов тому, кто сделает на мускулолете одну милю по траектории в виде восьмерки, а через шесть лет эту сумму удесятирили. «...И вот победы достиг мускулолет доктора Макриди... напоминающий гигантскую стрекозу. Его окрестили «Госемер (паутинный) Кондор». На высоте 3 м он продержался в воздухе 7 минут и 20 секунд, пролетев 2200 м. Траектория полета представляла собой восьмерку, т.е. мускулолет сделал два разворота. Размах его крыльев составлял 30 м, как у большого самолета, площадь несущих поверхностей – 75 м^2 . Несмотря на это, машина имела массу всего 35 кг... Вращая педали, пилот сообщал пропеллеру (его диаметр 3,7 м) 110 оборотов в минуту. Скорость в воздухе составляла от 17 до 20 км/ч».

Затем был совершен перелет из Англии во Францию через пролив Па-де-Кале на мускулолете «Госемер Альбатрос», построенном под руководством того же доктора по схеме «утка», с огромными крыльями (размах 29 м) и толкающим винтом (диаметр более 4 м). Масса аппарата вместе с пилотом-мотором

не превышала 100 кг. Учитывая, что тренированный человек при весьма высоком напряжении сил и в течение не слишком продолжительного времени может развивать мощность до 250 Вт, т.е. примерно треть лошадиной силы, видим, что полетная нагрузка у мускулолетов составляет около 3000 Н/л.с. – намного больше, чем у самых «экономичных» птиц и насекомых.

Весной 1988 года на мускулолете «Дедал» был совершен перелет на расстояние около 120 км, но существенно более значимый с точки зрения древней легенды, – с острова Крит на остров Санторин.

Таким образом, человек уже достиг поставленной цели – летать, если не при помощи машущих крыльев, то по крайней мере при помощи своих собственных сил.

Но вспомним Древнюю Грецию.

МОГ ЛИ ИКАР ВЗЛЕТЕТЬ «ПОД САМОЕ НЕБО»

Дедал и сына учил:

«Полетишь серединой пространства!

Будь мне послушен, Икар:

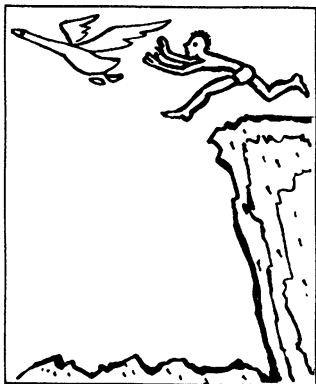
коль ниже ты путь свой направишь,

Крылья вода тягчит, коль выше – огонь обожжет их».

Публий Овидий Назон

Но, как известно, не послушал Икар отца: «стремлением к небу влекомый», поднялся «под самое небо», Солнце «воск благовонный огнем размягчило», перья выпали, подъемная сила стала меньше веса Икара.

Конечно, ничего хорошего не могло выйти из пренебрежения наставлениями старших. Но могло ли выйти вообще что-либо из затеи мудрого Дедала – улететь из плена на острове Крит и в машущем полете над морем покрыть порядка трехсот километров до острова Самос, близ которого упал неосторожный и непослушный юноша? Подчеркнем: в этой прекрасной легенде речь идет именно о машущем полете, а не о мускулолете, и изобретатель, пользуясь подручными средствами, которые поставила ему Природа (воск, перья), заимствовал у Природы и саму идею птичьего полета. (Характерно, что



величайшим достижением мифического художника Дедала считались не его статуи и воздвигнутые им здания, а именно сделанные им крылья.)

А как летают птицы?

Вообще-то полет птицы очень непрост для описания, так как устройство ее крыла сложнее, чем у самолета: оно может изгибаться в кистевом суставе, откидываться назад, превращаться в поверхность, изрезанную многими щелями. Но для упрощения представим себе его плавную траекторию, например, в виде синусоиды (рис.22,а). На участке, где крыло поднимается вверх (правая часть рисунка), подъемная сила Y_1 (перпендикулярная скорости обтекания крыла $-v_1$) наклонена назад, поэтому, здесь она, как и сила сопротивления, имеет тормозящую составляющую Y_1'' . При этом корпус птицы «проваливается» вниз. Значит, чтобы в среднем лететь горизонтально, на участке опускания крыла (левая часть рисунка) его плоскость надо повернуть так, чтобы подъемная сила Y_2 наклонилась вперед и получилась бы направленная вперед сила тяги Y_2'' . Описанная траектория близка к случаю медленного горизонтального полета утки, взмахи крыла которой происходят в плоскости, близкой к вертикальной (рис.22,б). Таким образом, помимо махового

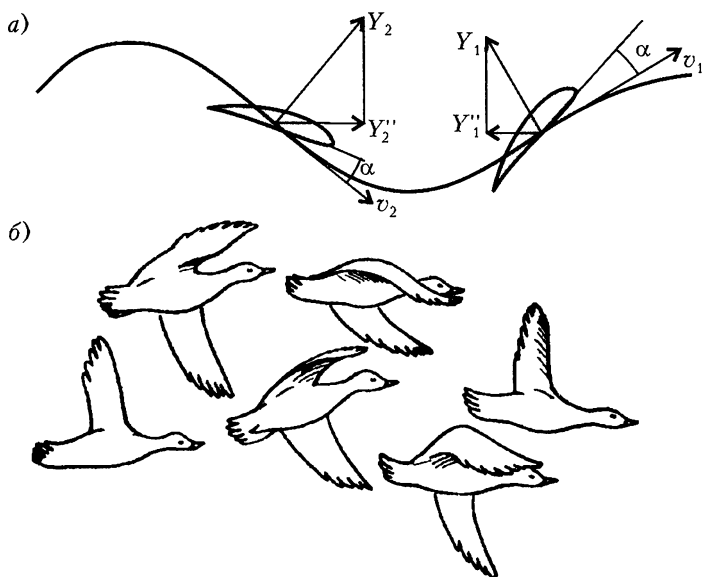


Рис.22. Траектория и угол атаки сечения крыла утки в горизонтальном полете

движения, сечение крыла совершает еще крутильные колебания (повороты вокруг горизонтальной оси).

Птицы могут находиться в воздухе и в режиме висения. Правда, с уткой это происходит редко (разве что спросить правдивых охотников?), а вот воробьи и колибри это умеют. В нашем климате летом можно наблюдать «трепещущее» зависание воробьев над травой, в которой они что-то высматривают. На рисунке 23 показаны траектория кончика крыла колибри (которые не настолько уж экзотичны: они в одном отряде со стрижами) и повороты плоскости крыла. Видно, что при взмахе назад крыло поворачивается так, чтобы подъемная сила сохраняла направление вверх.

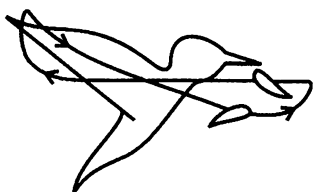


Рис.23. Траектория и повороты сечения крыла колибри в режиме висения

Рассмотрим, что происходит в режиме висения. Пусть горизонтальная проекция площади, заметаемой несущим органом (винтом вертолета, крыльями птицы или насекомого), равна S . Воздух, ускоренный этим органом, изменяет свою скорость от нуля (вдали от летающего объекта) до v_1 над площадкой S и затем до v_2 — под нею. Пусть в единицу времени через эту площадку проходит μ (кг/с) воздуха. Тогда поток импульса в вертикальной струе под площадкой равен μv_2 , а вдали от аппарата над площадкой воздух спокоен ($v_\infty = 0$). Следовательно, этот поток импульса равен подъемной силе, а она, в свою очередь, — весу (точнее, силе тяжести) аппарата. Итак,

$$G = \mu(v_2 - 0) = \mu v_2.$$

Далее, изменение кинетической энергии этой же массы воздуха, отбрасываемой в единицу времени вниз, равно $N = \mu(v_2^2/2 - 0)$ (здесь мы пренебрегли изменением потенциальной энергии этой массы в поле тяготения Земли). С другой стороны, можно рассматривать несущий орган как вентилятор, который преодолевает перепад давления, создающий подъемную силу. Этот перепад давления «гонит» подсасываемый сверху воздух со скоростью v_1 , для чего требуется мощность $N = Gv_1$. Учитывая уже известное нам соотношение $G = \mu v_2$, из равенства двух выражений мощности получим

$$N = \frac{\mu v_2^2}{2} = \mu v_2 v_1,$$

откуда

$$v_2 = 2v_1.$$

Таким образом, скорость под несущей площадкой вдвое больше, чем над ней.

Найдем теперь нагрузку на мощность в рассматриваемом случае «висящих» объектов. Выразим мощность и подъемную силу (вес) через скорость v_1 :

$$N = Gv_1, \quad G = 2\rho S v_1^2$$

и исключим отсюда v_1 . Получим

$$\frac{G}{N} = \sqrt{\frac{2\rho}{G/S}}.$$

Конечно, здесь под N надо понимать не мощность двигателя, поскольку не вся она идет на отбрасывание воздуха вниз – часть теряется на закручивание струи, неравномерность поля скоростей, трение о воздух. Поэтому, если мы хотим ввести в формулу мощность двигателя, надо учитывать эти факты при помощи множителя η (меньшего единицы), который можно назвать *относительным* КПД, так что $N = \eta N_{\text{дв}}$. Можно сказать, что η является мерой энергетического совершенства летающего объекта в режиме висения.

На рисунке 21, б приведена зависимость нагрузки на мощность от нагрузки на площадь (теперь уже не «на крыло», потому что несущим элементом может быть и винт вертолета) для реальных летательных объектов, способных неподвижно висеть в воздухе. Самая верхняя кривая (в логарифмических координатах – прямая) соответствует идеальному случаю $\eta = 1$. Точки, соответствующие реальным объектам, лежат ниже этой идеальной зависимости. Для птиц измерения, к сожалению немногочисленные, дают значение η от 0,27 до 0,47; для единственного хорошо изученного насекомого – мушки дрозофилы – 0,16. А у вертолетов значение этого коэффициента колеблется от 0,38 до 0,68; следовательно, можно с гордостью сказать, что по степени энергетического совершенства в режиме висения они заметно превосходят то, что создала природа.

И понятно, почему.

Во-первых, у насекомых и птиц источником потерь является неполнота заметания круга с радиусом, равным размаху крыла. Во-вторых, их малые размеры (особенно в случае насекомых) приводят к тому, что все большую роль начинает играть вязкость

воздуха – для мелких движущихся объектов воздух более похож на масло или даже на мед (об этом будет подробно рассказано в главе «Его преПодобие аэродинамический эксперимент...»).

Таким образом, основной причиной умения насекомых и малых птиц взлетать вертикально и совершать трепещущий полет является просто-напросто малая нагрузка на заметаемую крылом площадь. С увеличением размеров эта площадь растет пропорционально квадрату, а масса – кубу размера; следовательно, нагрузка на площадь пропорциональна линейному размеру. Вот почему способностью к вертикальному взлету и зависанию обладают только небольшие птицы (не крупнее голубя). Более крупные (например, ворон) осуществляют вертикальный взлет только благодаря мощному толчку ногами, еще более крупные (гагара, пеликан, фламинго) взлетают, подобно самолету, с разбегом. Наконец, такие гиганты птичьего мира, как кондор или альбатрос, могут начать полет только бросаясь с возвышенных предметов – деревьев, скал, прибрежных дюн, гребней волн.

Вот почему к попыткам создать искусственный аппарат с машущими крыльями, способный поднять человека и делать все, что умеет малая птица, надо относиться с осторожностью.

Но, может быть, можно летать, как бабочка: при помощи прямых ударов плоскости крыла о воздух сверху вниз? А при движении вверх в крыле можно было бы открывать клапаны, пропускающие воздух, или просто поворачивать его вертикально, ребром по направлению движения. Подкупающая простота такого аппарата привела к сотням вариантов, предложенных изобретателями. Однако оценки показали, что такой аппарат уступает вертолету по экономической эффективности в несколько раз.

Вернемся к рисунку 21 и к возможности полета Икара. Видно, что весьма экономичным природным летательным аппаратом являются насекомые, например саранча. Будь саранча размером с человека, она ни за что не смогла бы летать. Ведь для сохранения той же нагрузки на площадь (приблизительно 10 Н/м^2) ее крылья должны были бы иметь размеры $25 \times 7 \text{ м}$. Представьте, что бы человек делал с такими крыльями. Пожалуй, у него отпало бы желание летать.

Поэтому Дедал, конечно, сделал для Икара крылья поменьше; ну, скажем, пусть их размах порядка $L \sim 3 \text{ м}$. Тогда заметаемая ими площадь составит $\pi L^2/4 \sim 7 \text{ м}^2$. При суммарной массе (Икар + крылья) порядка 70 кг нагрузка на площадь будет $\sim 100 \text{ Н/м}^2$. По графику на рисунке 21, а видим, что при этом Икар летел бы со скоростью 45 км/ч , что совсем неплохо (от

Крита до Самоса около семи часов лету). Его характеристики лежали бы где-то между характеристиками чайки и ястреба, да вот только при этом потребовалась бы нагрузка на мощность от 300 до 1000 Н/л.с. (как у птиц). Разделив на эту величину вес «летательного аппарата» «Икар + крылья», равный 700 Н, получим необходимую мощность в пределах 2 – 0,7 л.с. Но даже тренированный человек при очень большом напряжении сил может развивать не более трети лошадиной силы (и то не очень долго). Так что прекрасная легенда о Дедале и Икаре отражает полет мысли, а не самих героев.

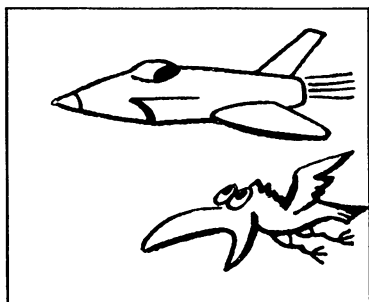
КТО ДАЛЬШЕ: ПТИЦА ИЛИ САМОЛЕТ

Слава Александра Македонского, несомненно, была бы неполной, если бы ему не удалось побывать на небесах. Легенда гласит, что он сделал такую попытку, запрягши в колесницу несколько голодных орлов, которых он понуждал к полету с помощью приманки, привязанной к палке перед их головами. Во время полета Александру повстречалась птица с человеческим лицом, от которой он узнал, что полеты ввысь находятся под запретом. Тогда царь спустился вниз и очутился на Земле вдали от места взлета.

А.Штернфельд

В процессе полета по мере сжигания топлива самолет становится все легче. Биологи говорят, что птицы также заметно худеют, пролетев над горами и океанами с десятков тысяч километров. Значит, с течением времени (или с пройденным расстоянием) подъемная сила тоже должна уменьшаться.

Найдем связь между дальностью полета и потерей массы. Вспомним, что подъемную силу можно выразить через силу сопротивления и аэродинамическое качество крыла, и умножим еще обе части соответствующего равенства на скорость движения. Получим



$$XKv = mgv.$$

Но $Xv = N$ – мощность. Предположим, что в единицу времени сжигается одна и та же масса топлива μ (кг/с). Тогда за время Δt будет сожжено $\mu\Delta t$ килограммов. Разделим почленно предыдущее равен-

ство на равенство

$$\mu = -\frac{\Delta m}{\Delta t},$$

получим

$$-\frac{NK}{\mu} = mgv \frac{\Delta t}{\Delta m}.$$

Произведение $v\Delta t$, входящее в последнее выражение, можно записать в виде $v\Delta t = \Delta x$. Значит, уравнение, описывающее изменение массы m с изменением расстояния x , примет вид

$$-\Delta x = \frac{\Delta m}{m} \frac{NK}{\mu g}.$$

Интегрируя это уравнение от старта: $x = 0$, $m = m_0$ до конца полета: $x = L$, $m = m_0 - m_r$, где m_r – масса израсходованного горючего, получим

$$L = -\frac{NK}{\mu g} \ln \left(1 - \frac{m_r}{m_0} \right).$$

Это выражение называется *формулой Бреге*. Любопытно, что дальность полета оказалась не зависящей ни от размеров аппаратов (или птиц), ни от их абсолютной (в килограммах) массы! А вот от относительного количества сожженного горючего m_r/m_0 зависит. А еще она зависит от развиваемой мощности в расчете на секундный расход горючего (или питательных веществ) N/μ . Так что не удивительно, что и птицы и самолеты летают приблизительно одинаково далеко. Только первые это делают медленно, а вторые – существенно быстрее (см. верхнюю шкалу рисунка 21).

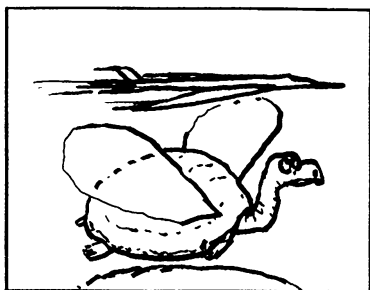
КАК ЛЕТАТЬ: ДАЛЬШЕ ИЛИ БЫСТРЕЕ

Войдя в глубокое состояние ЦИГУН, после определенной тренировки можно понимать язык птиц.

Школа мастера Сюн Минтана

Хорошо, когда есть выбор. Но с чем он связан для крылатых летательных аппаратов (самолетов, птиц)? Попробуем разобраться.

На тело, движущееся в воздухе, действует аэродинамическая сила. Что ж тут удивительного? Ведь «аэро» означает воздух, а «динамис» – сила. Но найти эту силу теоретически очень непросто.



Вспомним, что при горизонтальном полете с постоянной скоростью v аэродинамическую силу можно представить в виде векторной суммы двух взаимно перпендикулярных составляющих: вертикальной Y , называемой подъемной силой и по величине в точности равной силе тяжести G , и горизонтальной X , кото-

рая называется силой сопротивления и должна уравниваться силой тяги двигателей F (рис.24,а).

Далее, легко проверить, что обе эти силы пропорциональны произведению $\rho v^2 l c$, где ρ – плотность воздуха, $l c$ – площадь крыла самолета (рис.24,б и в). (Проверьте, по крайней мере, что

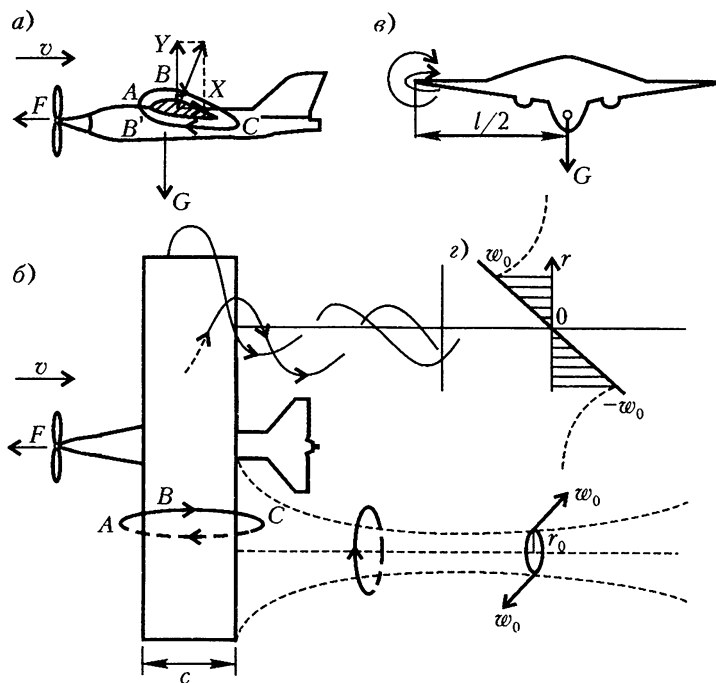


Рис. 24. Взаимное расположение действующих на самолет сил и его спутных вихрей: а) вид сбоку; б) вид сверху; в) вид сзади; г) радиальная зависимость окружной скорости в ядре вихря

размерность этого произведения есть ньютон.) Но «пропорциональны» совсем не значит «равны». Любому конструктору самолета хочется, чтобы X была поменьше: ведь тогда и мощность двигателя $N = Xv$ (значит, и запас горючего) потребуется меньше. Поэтому качество летательного аппарата характеризуют отношением

$$\frac{Y}{X} = \frac{G}{F}.$$

Для современных крылатых летательных аппаратов оно порядка десяти. Это означает, что две составляющие аэродинамической силы «качественного» летательного аппарата заметно различимы по величине.

Еще на заре авиации, около сотни лет назад, ученые пытались понять, как «устроены» эти силы. И вот что придумали.

Одна из самых изящных идей состоит в том, что подъемная сила крыла связана с так называемой циркуляцией Γ :

$$Y = \Gamma \rho v l.$$

Сравнивая с записанным выше выражением для $Y \sim \rho v^2 l c$, видим, что $\Gamma \sim v c$. Немного еще о циркуляции. Когда вода сливается в отверстие ванны, часто образуется вихрь с выделенным направлением вращения (по часовой стрелке или против нее), такой, что на окружности радиусом r скорость воды $w(r)$ одна и та же. Если умножить эту скорость на длину окружности, мы и получим то, что называется циркуляцией:

$$\Gamma = 2\pi r w.$$

Во время полета самолета за его крылом образуются два вихря. Действительно, самолет держится в воздухе за счет того, что его крыло, образно говоря, «дует вниз», т.е. создает поток импульса, равный силе тяжести летательного аппарата. Масса воздуха, отклоненная вниз, должна вернуться на свое место сверху (см. рис.24,а), но, поскольку за время этого возвращения самолет улетает вперед, она совершает винтовое движение в системе координат, связанной с самолетом (см. рис.24,б).

Одно из объяснений подъемной силы таково (см. рис.24,а и б). Масса набегающего воздуха разделяется крылом на две части. Одна из них проходит над крылом путь ABC , больший, чем путь $AB'C$ той части, которая проходит под крылом. Если мы умножим значение скорости в каждой точке пути $ABCB'A$ на небольшой участок этого пути и потом все это сложим (в пределе проинтегрируем), то и получим циркуляцию Γ . Значит, крыло родило вихрь. А поскольку вихрь в газе или жидкости не может

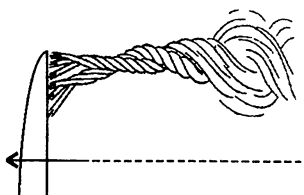


Рис. 25. Исторически первый рисунок спутного вихря

нигде закончиться (разве что замкнуться на себя или на твердую стенку – так называемая теорема Гельмгольца), то с двух концов крыла будут сбегать спутные вихри (см. рис.24,б), которые на большом удалении могут образовать эллиптические кольца – понаблюдайте за следом самолета в чистом небе. (В частности, еще в 1907 году один из зарубежных аэродинамиков – Ланчестер – очень наглядно изобразил процесс сворачивания вихревой пелены крыла; см. рис.25.)

Приятно отметить, что зависимость подъемной силы от циркуляции связана с именем русского профессора Николая Егоровича Жуковского.

А что же сопротивление, т.е. горизонтальная составляющая аэродинамической силы? Прежде всего, оценим так называемое индуктивное сопротивление X_i , связанное со спутными вихрями. Представим себе вихрь в виде стержня (см. рис.24,б) радиусом r_0 , на поверхности которого окружная (линейная) скорость равна w_0 (а движением воздуха вокруг вихря пренебрежем). Тогда кинетическая энергия единицы объема воздуха в вихре равна $\frac{\rho w_0^2}{2} \cdot \frac{1}{2}$ (здесь коэффициент $\frac{1}{2}$ появляется потому, что мы предположили линейную зависимость окружной скорости от радиуса – см. рис.24,г, но это не важно для дальнейшего). Далее, самолет, пролетая в единицу времени расстояние, равное v , порождает вихревой объем $2 \cdot \pi r_0^2 v$ (так как вихрей – два). А для этого требуется мощность

$$X_i v = \frac{\rho w_0^2}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi r_0^2 v.$$

Следовательно, сила индуктивного сопротивления равна

$$X_i = \frac{\rho w_0^2}{2} \pi r_0^2 = \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi} = \frac{G^2}{8\pi \rho v^2 l^2} = \frac{\alpha}{v^2},$$

где в α входят все характеристики данного самолета (вес, площадь крыла,...). Из последнего выражения видно, что чем больше скорость полета, тем меньше индуктивное сопротивление, и наоборот. Поэтому при посадке большой самолет порождает мощные вихри над аэродромом, опасные для следующих за ним летательных аппаратов.

Подчеркнем еще раз, что индуктивное сопротивление связано с циркуляцией спутных вихрей. Ведь даже если подъемная сила и, следовательно, циркуляция равны нулю (например, для пикирующего штурмовика), то сопротивление воздуха все равно существует. Это так называемое профильное сопротивление X_p . Оно пропорционально $\rho v^2 S_{\perp}$, где S_{\perp} – лобовое сечение движущегося тела. Видно, что профильное сопротивление тоже пропорционально квадрату скорости:

$$X_p = \beta v^2.$$

Запишем теперь сумму этих двух видов сопротивления:

$$X = \frac{\alpha}{v^2} + \beta v^2.$$

Качественный вид этих зависимостей показан на рисунке 26,а. В частности, легко показать, что суммарное сопротивление достигает минимального значения, когда обе его составляющие равны друг другу:

$$\frac{\alpha}{v^2} = \beta v^2, \text{ или } v = \sqrt[4]{\frac{\alpha}{\beta}},$$

откуда

$$X_{\min} = 2\sqrt{\alpha\beta}.$$

Значит, если мы хотим пролететь как можно дальше, нужно обеспечить равенство профильного и индуктивного сопротивлений в течение всего полета. При этом нужна мощность двигателей

$$N(X_{\min}) = 2\sqrt{\alpha\beta} \sqrt[4]{\frac{\alpha}{\beta}}.$$

Но, может быть, наша мощность ограничена? Тогда нужно постараться лететь с наименьшей мощностью. Следовательно, нужно найти минимум функции

$$N = Xv = \frac{\alpha}{v} + \beta v^3$$

(рис.26,б). Можно показать, что ему соответствует скорость

$v = \sqrt[4]{\frac{\alpha}{3\beta}}$. При этом индуктивное сопротивление составляет уже не половину (как в первом случае), а три четверти от суммарного сопротивления. Подставив найденное значение скорости в фор-

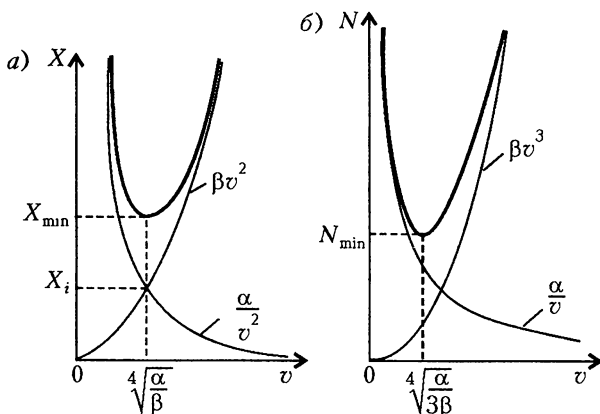


Рис. 26. Зависимость силы сопротивления и мощности двигателя от скорости самолета

муду для N , получим

$$N_{\min} = \left(\sqrt[4]{3} + \frac{1}{\sqrt[4]{3^3}} \right) \sqrt{\alpha\beta} \sqrt[4]{\frac{\alpha}{\beta}}.$$

Отношение мощностей в двух рассмотренных случаях составит

$$\frac{N_{\min}}{N(X_{\min})} = \frac{3^{1/4} + 3^{-3/4}}{2} \approx 0,87.$$

По-видимому, эти 13% и безразличны для птиц и двигателей.

Так что «думайте сами, решайте сами», как сказано в одной хорошей песне.

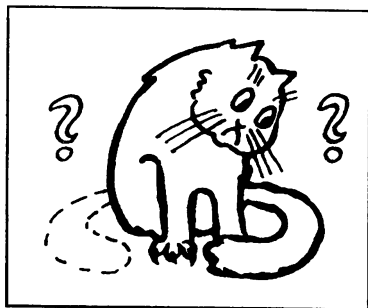
УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛЕТА: КУДА ДЕВАТЬ ХВОСТ

Но вот однажды задул б о л ь ш о й ветер. Начал он с пустяков. По небу пронеслось несколько кроликов да пара ворон хвостом вперед. Ничего особенного.

С Флейшмен

Крыло самолета, конечно, должно давать направленную вверх подъемную силу Y , зависящую от угла атаки α . А вот горизонтальное оперение (стабилизатор) мы можем разместить, как нам понравится – впереди или сзади (два варианта), причем придать ему либо положительный, либо отрицательный угол атаки (еще два варианта). В последнем случае он будет

давать направленную вниз небольшую отрицательную (уже не подъемную, а «утапливающую») силу y , зависящую от угла атаки стабилизатора α_c . Итого, имеем четыре варианта, показанные на рисунке 27, а-г.



Все ли эти варианты допустимы? С точки зрения статического равновесия, тут все в порядке: алгебраическая сумма всех сил (в проекции на вертикальную ось) и моментов (относительно центра масс O) равны нулю:

$$\begin{cases} -G + Y \pm y = 0, \\ lY - l_c y = 0. \end{cases}$$

(Заметим, что эти уравнения описывают равновесие рычажных весов с плечами l и l_c и точкой подвеса в центре масс самолета.) Примем далее для простоты рассуждений, что $|\alpha_c| = \alpha$ и что силы Y и y линейно зависят от α . Что произойдет, если угол атаки случайно изменится, скажем увеличится на $\Delta\alpha$? Пусть (еще предположение) $\Delta\alpha = \alpha$. Тогда во всех четырех случаях, пред-

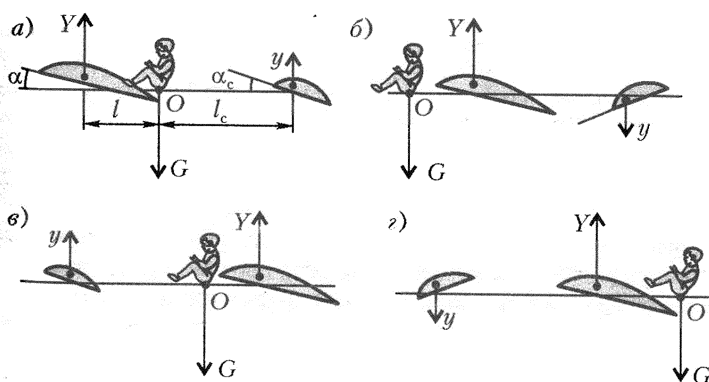


Рис.27. Начальное состояние горизонтального полета. Четыре варианта статического равновесия: а) стабилизатор расположен сзади и имеет положительный угол атаки; б) стабилизатор расположен сзади под отрицательным углом атаки; в) стабилизатор расположен спереди под положительным углом атаки; г) стабилизатор расположен спереди под отрицательным углом атаки

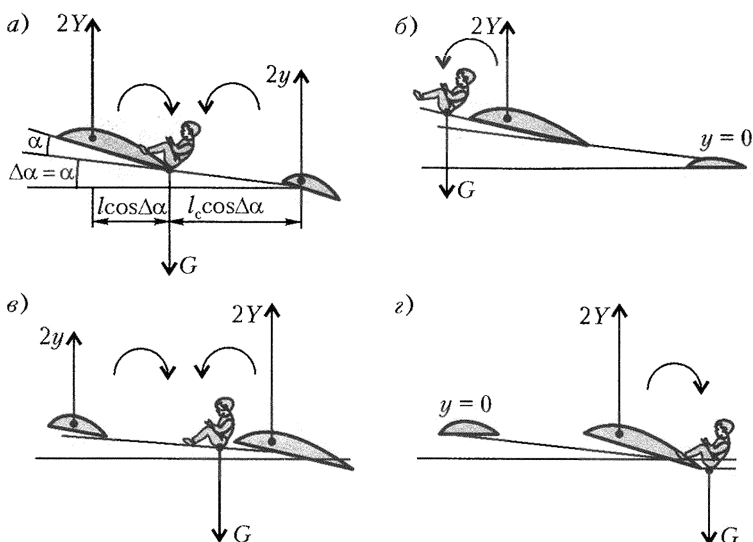


Рис.28. Силы и моменты сил относительно центра масс после увеличения угла атаки вдвое: а) подъемные силы крыла и стабилизатора удвоились, их моменты по-прежнему компенсируют друг друга; б) подъемная сила стабилизатора исчезла, появился некомпенсированный момент подъемной силы крыла на пикирование; в) то же, что в случае а; г) подъемная сила стабилизатора исчезла, подъемная сила крыла создает момент, опрокидывающий самолет назад

ставленных на рисунке 28, а–г, подъемная сила крыла самолета возрастет вдвое. Подъемная сила стабилизатора тоже возрастет вдвое в случаях а и в и уменьшится до нуля в случаях б и г.

Конечно, прежде всего самолет «потянет вверх», так как во всех случаях суммарная подъемная сила больше веса (силы тяжести) G . Но не это главное. Важно выяснить, в каких случаях появится момент сил, самостоятельно (без участия летчика или автопилота) возвращающий самолет к прежнему углу атаки.

В случаях а и в уравнение моментов относительно центра масс сведется к прежнему уравнению (второму в приведенной системе), просто умноженному на $2 \cos \alpha$: моменты обших сил будут по-прежнему компенсировать друг друга и самолету будет безразлично, под каким углом атаки лететь (безразличное равновесие). Точно так же шару, лежащему на горизонтальной плоскости, все равно – оставаться неподвижным или катиться (рис. 29, а, в). Это – положение безразличного равновесия.

В случае г (см. рис.28) увеличение Y приведет к вращению

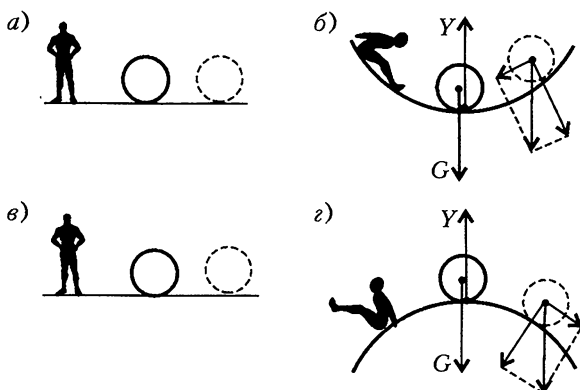


Рис.29. Модели различных случаев равновесия: а) шарик на горизонтальной плоскости – безразличное равновесие; б) шарик в лунке – устойчивое равновесие; в) то же, что в случае а; г) шарик на вершине горки – неустойчивое равновесие

самолета по часовой стрелке в сторону дальнейшего роста угла атаки. Это, в свою очередь, вызовет дальнейшее увеличение Y , приведет к появлению положительной подъемной силы стабилизатора, помогающей «задирать нос», так что угол атаки будет все время нарастать. Ситуация похожа на поведение шарика, помещенного на вершину горки (см. рис.29,г), – его равновесие будет неустойчивым: любое отклонение приведет к возрастанию силы, уводящей его от этого положения.

Наконец, в случае б (см. рис.28) рост угла атаки вызовет момент силы, стремящийся повернуть самолет носом вниз, т.е. вернуть в исходное положение. (Если бы приращение $\Delta\alpha$ стало больше α_c , то и стабилизатор стал бы еще помогать этому.) Эту ситуацию мы можем смоделировать шариком в лунке (см. рис.29,б) – любое смещение из самой нижней точки приводит к возникновению силы, возвращающей в положение равновесия.

Итак, только случай б (см. рис.27) – с задним стабилизатором под отрицательным углом атаки – обеспечивает устойчивость горизонтального полета; при этом аппарат можно предоставить самому себе. Во всех других случаях надо глядеть в оба и вмешиваться в его движение, исправляя случайные возмущения угла атаки. Поэтому схема б и получила самое широкое распространение.

Правда, изредка конструировали аппараты по схеме в – так называемая «утка» (ведь мы в своих рассуждениях предположили, что коэффициент пропорциональности линейных зависимо-

стей Y и y от α одинаков, а это не обязательно так — его можно сделать меньшим для $y \sim \alpha$, и тогда суммарный момент сил при возрастании α окажется возвращающим). Однако с ростом скорости полета излишняя устойчивость оказалась помехой для управляемости. А тут появились системы, способные быстро (гораздо быстрее пилота) реагировать на все отклонения, — и в результате современные высокоманевренные аппараты летают в статически неустойчивых областях параметров — они похожи на шарик на горке (см. рис.29,2), который внешний заботливый наблюдатель все время подталкивает на прежнее место, если шарик вздумает куда-либо скатываться. Кстати, один из первых поднявшихся в воздух самолетов (братья Райт, 1903 г.) был «уткой».

А что же птицы? Какую схему статической устойчивости избрала эволюция для этих древних «летательных аппаратов»? Оказывается, даже сама утка не пожелала выбрать то, что называли «уткой» конструкторы летательных аппаратов.

УЖАСЫ РЕЗОНАНСА

Глас вопиющего в пустыне: приготовьте путь Господу, прямым сделайте в степи стези Богу нашему; всякий дол да наполнится, и всякая гора и холм да понизятся, кривизны выпрямятся, и неровные пути сделаются гладкими.

Исаия 40:3,4

Ну разве не похоже сказанное выше на призыв сделать грандиозный аэродром для горизонтального приземления летательного аппарата? И все-таки, как бы ни старались строители, абсолютно ровной взлетно-посадочной полосы сделать не удастся. Она всегда получается слегка волнистой. Значит, при быстром движении по ней летательный аппарат может «подпрыгивать». Вот эту ситуацию и рассмотрим.



Пусть летательный аппарат массой m (и, значит, силой тяжести mg) движется с постоянной скоростью v на двух колесах, которые не отрываются от твердого покрытия (рис.30). Пусть каждое колесо снабжено пружиной жесткостью k , которая в недефор-

мированном состоянии имеет длину H . Если в данный момент времени положение центра масс системы над горизонталью определяется ординатой y , а высота неровности дороги h , то деформация пружины равна $\Delta y = y - H - h$. Тогда вдоль пружины возникает упругая сила

$$F = -k\Delta y = -k(y - H - h).$$

Здесь знак «минус» указывает на то, что направление силы упругости, действующей на летательный аппарат, противоположно знаку деформации пружины Δy : если пружина растянута, сила направлена вниз, если сжата – вверх; поэтому она является возвращающей (в положение равновесия) силой.

Запишем уравнение второго закона Ньютона, описывающего движение экипажа в вертикальном направлении (в проекциях на это направление):

$$ma_y = -mg + 2F.$$

(Двойка в правой части учитывает, что колеса-то два.) Подставим сюда выражение для упругой силы:

$$ma_y = -mg - 2k(y - H - h).$$

Тут сразу виден частный случай равновесия, когда экипаж стоит себе без движения на дороге (пусть, для простоты, в этой точке $h = 0$). Тогда его ускорение $a_y = 0$, и из последнего уравнения получаем статическую деформацию пружины:

$$y_0 - H = -\frac{mg}{2k}.$$

Вполне понятно, почему она отрицательна: пружина ведь сжата.

Далее удобно будет отсчитывать вертикальное перемещение центра масс аппарата относительно найденного положения равновесия $y_0 = H - mg/(2k)$. Для этого введем смещение относительно положения равновесия:

$$y_1 = y - y_0.$$

Тогда уравнение движения упростится (мы заодно разделим обе части на массу m) и примет вид

$$a_y = -\frac{2k}{m}(y_1 - h).$$

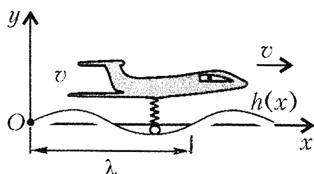


Рис. 30. Схема движения самолета по волнистой взлетно-посадочной полосе

Сделаем еще несколько преобразований.

1) Учтем, что ускорение является второй производной от перемещения по времени:

$$a_y = y_1''.$$

2) Примем, что неровность посадочной полосы есть гармоническая функция с пространственным (вдоль x) периодом λ (длиной волны) и амплитудой h_0 :

$$h = h_0 \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right).$$

3) Вспомним, что при постоянной горизонтальной скорости

$$x = vt.$$

4) Обозначим набор положительных величин так:

$$\frac{2k}{m} = \omega_0^2.$$

Теперь уравнение движения можно записать в виде

$$y_1'' + \omega_0^2 y_1 = \omega_0^2 h_0 \sin\left(2\pi \frac{v}{\lambda} t\right).$$

Если бы в правой части последнего уравнения стоял ноль, то всякий здравомыслящий читатель узнал бы в нем уравнение свободных гармонических колебаний с частотой $\omega_0 = \sqrt{2k/m}$. Но у нас справа не ноль, а гармоническая функция с амплитудой $\omega_0^2 h_0$ и периодом $T = \lambda/v$ или частотой $\Omega = 2\pi/T = 2\pi v/\lambda$, которые задаются внешними условиями – длиной волны λ и максимальным «размахом» неровностей h_0 . Поэтому возникающие колебания называются вынужденными.

Найдем отклик колебательной системы (движущегося аппарата с двумя пружинами) на внешнее возмущение, вызванное неровностями дороги. Будем искать решение в виде тоже гармонических колебаний с частотой вынуждающей силы Ω :

$$y_1 = y_{10} \sin \Omega t.$$

После двукратного дифференцирования ($y_1'' - \Omega^2 y_{10} \sin \Omega t$), подстановки в уравнение движения и сокращения на $\sin \Omega t$ получим уравнение для искомой амплитуды y_{10} :

$$y_{10} (-\Omega^2 + \omega_0^2) = \omega_0^2 h_0.$$

На рисунке 31,а качественно изображена зависимость ампли-

туды колебаний y_{10} от частоты внешнего возбуждения Ω . Видно, что, если Ω стремится к нулю (когда скорость движения мала или аэродром ровен, $\lambda \rightarrow \infty$), y_{10} стремится к h_0 . Это понятно: при малой скорости движения или очень большой длине волны неровностей движущийся аппарат просто отслеживает их профиль. Но если длина волны неровностей аэродрома и скорость движения окажутся такими, что вынужденная частота $\Omega = 2\pi v/\lambda$ совпадет с собственной частотой $\omega_0 = \sqrt{2k/m}$, произойдет нечто ужасное: амплитуда колебаний станет неограниченно большой ($y_{10} \rightarrow \infty$) и может произойти разрушение системы. Это так называемый случай резонанса. Далее, если $\Omega > \omega_0$, значение y_{10} становится отрицательным (см. штриховую кривую на рисунке 31, а), но знак «минус» можно спрятать в аргумент синуса:

$$-|y_{10}| \sin \Omega t = |y_{10}| \sin(\Omega t + \pi).$$

Иными словами можно сказать, что фаза колебаний ϕ изменяется на π в окрестности частоты вынуждающей силы $\Omega = \omega_0$ (рис. 31, б).

Конечно, инженеры и ученые делают все, чтобы избежать ужасов резонанса ($|y_{10}| \rightarrow \infty$). Прежде всего, можно ввести в колебательную систему так называемое демпфирование (если не хватает всегда присутствующего стока энергии — трения) — например, цилиндр с маслом и поршнем, соединенным с пружиной. Тогда в уравнение движения нужно будет ввести соответствующую диссипативную силу (приводящую к диссипации механической энергии, т.е. ее рассеянию, переходу в тепло), и $|y_{10}|$ не будет уходить в бесконечность (см. точечную кривую на рисунке 31). Далее, волнистость аэродрома совсем не обязательно описывается единственной гармонической функцией (с постоянной длиной волны λ). Наконец, кто же ездит по аэродрому с постоянной скоростью? Любой летательный аппарат стремится поскорее или разогнаться перед взлетом, или затормозиться при посадке.

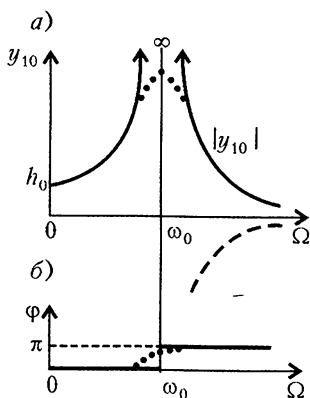


Рис. 31. Резонансные кривые (высота центра масс и фаза колебаний)

А вот для наземных экипажей (например, железнодорожного вагона) и λ (длина рельса), и v (скорость движения) постоянны, и вы можете почувствовать наступление резонанса: вагон начинает галопировать, либо прыгая строго вертикально, либо совершая вращательные («клюющие») движения вокруг поперечной горизонтальной оси (дифферент) или вокруг продольной горизонтальной оси (боковая качка). Но у вагона много колес и пружин, так что его движение описывается гораздо сложнее, чем рассмотренный нами случай.

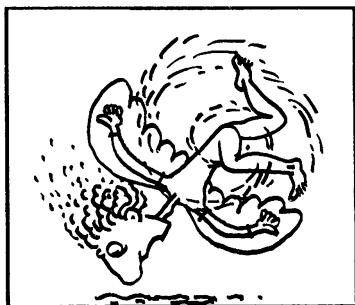
ВИХРИ НАД ВЗЛЕТНОЙ ПОЛОСОЙ

*Ах, как хочется в небо, разбежавшись, ворваться,
Услышав команду: «Внимание, взлет!»*

Из старой физтеховской песни

Однако разбежаться и врываться следует осторожно, особенно если перед вами взлетел тяжелый самолет. Может быть, вам приходилось видеть, как при резком взлете или посадке голубя на пыльной площадке в окружающем воздухе возникают видимые (за счет пыли) вихревые движения? Если нет – понаблюдайте. Точно так же и тяжелый самолет, отбрасывая вниз мощные потоки воздуха, порождает над аэродромом вихри – и горе легкому летательному аппарату, следующему за ним. Крылья легкого самолета могут попасть в вертикальные потоки воздуха с противоположно направленными скоростями, которые просто опрокинут его «на спину», а близость земли не позволит вновь выровняться. Увы, такие случаи были, так что вихри над взлетной полосой представляют интерес и для пилотов, и для авиадиспетчеров, и, конечно, для ученых-аэрогазодинамиков. Попробуем и мы исследовать кинематику вихрей – конечно, в самой упрощенной форме.

Что такое вихрь? Его можно увидеть, например, при сливе



воды через отверстие ванны или кухонной раковины. Если в воде содержится несколько чайнок, легко заметить, что линейная (окружная) скорость вихря тем больше, чем он ближе к оси вращения. В гидродинамике есть важное понятие *потенциального вихря*, в котором линейная скорость обратно пропорциональна расстоянию от

оси: $V \sim 1/r$ (рис.32). Эту же идею физики выражают еще так: произведение линейной скорости на длину окружности есть величина постоянная, называемая циркуляцией, т.е.

$$V \cdot 2\pi r = \Gamma.$$

(Кстати, таким же свойством обладает еще и магнитное поле.)

Легко понять, что за самолетом обычно тянутся два вихря с противоположными направлениями вращения. Действительно, чтобы держаться в воздухе, крыло самолета должно отбрасывать вниз воздух, частицы которого затем расходятся в стороны и возвращаются сверху. В результате перемещения самолета вперед эти частицы описывают спиралевидные траектории (рис.33).

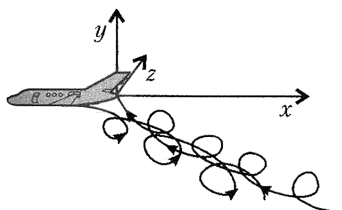


Рис. 33. Спутные вихри за самолетом

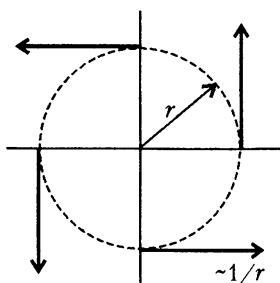


Рис. 32. Схема потенциального вихря

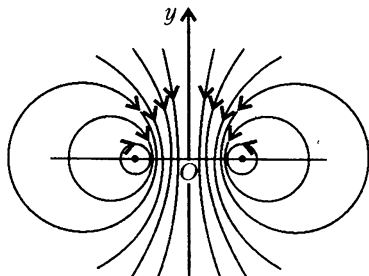


Рис. 34. Линии тока двухвихревой системы

Эти два вихря можно считать зеркальными изображениями друг друга относительно вертикальной плоскости симметрии самолета – ее проекция на плоскость листа есть ось Oy (рис.34). Линии тока воздуха, порожденные правым и левым вихрями, скользят вдоль Oy вниз. Таким образом, эта вертикальная плоскость симметрии является как бы непроницаемой перегородкой для вихрей.

Пусть теперь самолет летит над аэродромом на небольшой высоте H . Земля-то уж точно непроницаема для движения воздуха, поэтому линии тока, порожденные двумя реальными вихрями, тоже будут скользить параллельно плоскости земли (рис.35). Картина линий тока будет выглядеть так, как будто «под землей» есть еще пара вихрей, являющихся зеркальными отражениями двух реальных вихрей самолета относительно

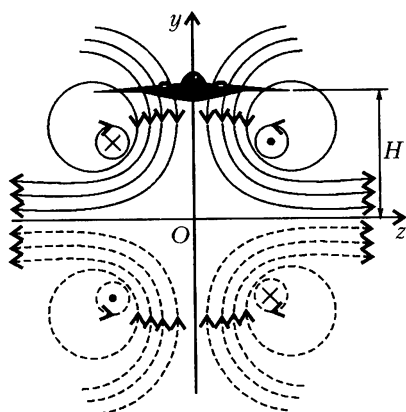


Рис. 35. Линии тока четырехвихревой системы

горизонтальной плоскости. (Из любви к аналогиям, свойственной физикам, напомним, что эта картина линий тока полностью совпадает с картиной линий магнитного поля, порожденного четырьмя параллельными друг другу проводниками, в которых текут одинаковые по модулю электрические токи. Их направление показано условно на рисунке 35 точкой (если ток течет к нам) или крестиком (если от нас).)

Таким образом, можно считать, что каждый из четырех вихрей находится в суммарном поле трех других. Изучим движение одного из них, например вихря 1 (рис.36). Положение его оси можно описать либо в обычной декартовой системе координат yOz , либо в так называемой полярной системе, в которой задается расстояние ρ исследуемой точки от полюса O и угол φ (азимут) радиуса-вектора $\vec{\rho}$, например относительно оси Oy . В последнем случае вектор скорости \vec{V} будет иметь радиальную проекцию V_ρ и перпендикулярную вектору $\vec{\rho}$ (азимутальную) проекцию V_φ .

Сначала рассмотрим скорости, порожденные каждым из трех вихрей в том месте, где проходит ось первого вихря. Согласно формуле для циркуляции, левый реальный вихрь (его номер 2) создает в точке 1 скорость, направленную вертикально вниз и равную

$$V^{(2)} = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot 2z} = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot 2\rho \sin \varphi}$$

(здесь учтено, что $z = \rho \sin \varphi$). Из прямоугольных треугольников на рисунке 36,а можно получить искомые проекции:

$$V_\rho^{(2)} = -V^{(2)} \cos \varphi = -\frac{\Gamma \cos \varphi}{2\pi \cdot 2\rho \sin \varphi},$$

$$V_\varphi^{(2)} = V^{(2)} \sin \varphi = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot 2\rho}.$$

Здесь знак «минус» указывает на то, что радиальная проекция

вектора $\vec{V}^{(2)}$ направлена против радиуса-вектора. Скорость $\vec{V}^{(3)}$, порожденная левым мнимым вихрем (номер 3, см. рис.36,б), имеет только азимутальную составляющую

$$V_{\varphi}^{(3)} = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot 2\rho}.$$

Наконец, скорость, порожденная правым мнимым вихрем (номер 4), имеет составляющие (см. рис.36,в)

$$V_{\rho}^{(4)} = \frac{\Gamma \sin \varphi}{2\pi \cdot 2\rho \cos \varphi},$$

$$V_{\varphi}^{(4)} = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot 2\rho}.$$

Учтем теперь, что радиальная составляющая скорости вихря 1 равна быстроте изменения радиуса ρ по времени:

$$V_{\rho} = \frac{\Delta \rho}{\Delta t},$$

а азимутальная – быстроте изменения дуги $\rho \Delta \varphi$ со временем:

$$V_{\varphi} = \rho \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}.$$

Приравняем эти выражения, соответственно, сумме радиальных и азимутальных составляющих скоростей от всех трех вихрей (сам на себя вихрь 1, конечно, не действует, в отличие от барона Мюнхгаузена):

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot 2\rho} \left(-\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} + \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \right), \quad \rho \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot 2\rho}.$$

Таким образом, мы выписали кинематическую систему уравнений – математическую связь между пространственными и временной переменными.

Попробуем найти решение этой системы уравнений. Например, если мы разделим почленно уравнения друг на друга, мы

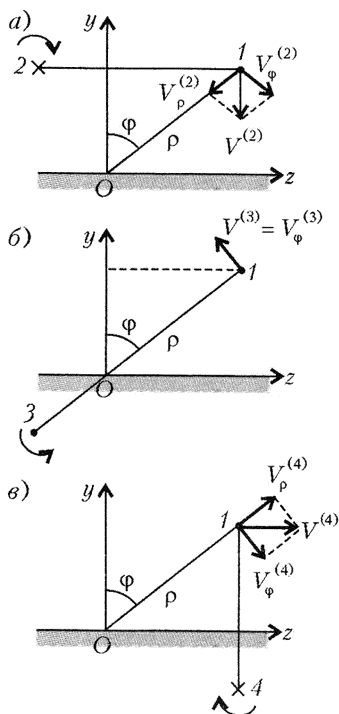


Рис. 36. Составляющие скорости, индуцированной вихрями

исключим время, и тогда останется связь только между радиальной координатой оси вихря и ее азимутом:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta \varphi} = \frac{\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi}{\sin \varphi \cos \varphi} = -\frac{\cos 2\varphi}{\frac{1}{2} \sin 2\varphi}$$

(мы привели правую часть к общему знаменателю и использовали тригонометрические соотношения для синуса и косинуса двойного угла). Умножив обе части полученного равенства на $\Delta \varphi$, мы, как говорят математики, разделим переменные: слева все будет зависеть только от ρ , справа – только от φ :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\cos 2\varphi \cdot \Delta(2\varphi)}{\sin 2\varphi} = -\frac{\Delta(\sin 2\varphi)}{\sin 2\varphi}$$

(тут мы учли, что производная от синуса есть косинус). Ну, а теперь простое интегрирование дает (соответствующий интеграл можно найти в таблицах)

$$\ln \frac{\rho}{\rho_*} = \ln \frac{\sin 2\varphi}{\sin 2\varphi_*}, \text{ или } \frac{\rho}{\rho_*} = \frac{\sin 2\varphi_*}{\sin 2\varphi},$$

где ρ_* – значение радиуса при некотором конкретном угле φ_* . Видно, что радиус достигает минимального значения ρ_m при $\sin 2\varphi = 1$, т.е. при $\varphi = \pi/4$. Поэтому запишем

$$\frac{\rho}{\rho_m} = \frac{1}{\sin 2\varphi}.$$

Совсем изящная зависимость!

Теперь мы знаем, как выглядит проекция оси вихря на вертикальную плоскость. Так, ось симметрична относительно биссектрисы прямого угла yOz . Далее, при $\varphi \rightarrow 0$ и $\varphi \rightarrow \pi/2$ модуль радиуса-вектора ρ стремится к бесконечности. Например, рассмотрим случай $\varphi \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow \infty$ (самолет летит высоко над землей). Тогда азимутальная скорость стремится к нулю и имеется только вертикальная скорость $v_{y\infty}$, с которой оба реальных вихря опускаются за самолетом:

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} = -\frac{\Gamma \cos 2\varphi}{2\pi \cdot 2\rho \sin \varphi \cos \varphi}, \text{ или } -\frac{\Gamma}{2\pi l} = v_{y\infty}$$

(так как $\rho \sin \varphi = l$, где l – расстояние между двумя вихрями). Отсюда получим

$$\frac{\Delta(2\varphi)}{\sin^2 2\varphi} = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{\Delta t}{\rho_m^2}.$$

Мы записали уравнение с разделенными переменными – слева азимут оси вихря, справа – время. Интегрируя (опять же, например, при помощи таблицы интегралов), получим

$$\frac{\Gamma}{2\pi\rho_m^2}t = \frac{1}{\operatorname{tg} 2\varphi_0} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2\varphi},$$

где угол φ_0 соответствует начальному моменту времени $t = 0$ (в который уже образовались вихри за самолетом). Как легко видеть из рисунка 36,а, $\operatorname{tg} \varphi_0 = l/(2H)$, где H – высота полета. Таким образом, найденные соотношения полностью определяют положение осей вихрей в зависимости от времени. Например, при $t \rightarrow \infty$ имеем $\operatorname{tg} 2\varphi \rightarrow 0$, значит, $\varphi \rightarrow \pi/2$ и $\rho \rightarrow \infty$. Следовательно, оси вихрей расходятся в стороны и «стелются» параллельно земле. При этом $\Delta\rho/\Delta t$ превращается в горизонтальную скорость движения оси вихря:

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta t} \rightarrow \frac{\Gamma}{2\pi\rho_m} = v_{z\infty} \text{ при } \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}.$$

Оценим эту скорость. Согласно теореме, сформулированной Николаем Егоровичем Жуковским, подъемная сила – при горизонтальном полете, естественно, равная весу (силе тяжести) самолета P – определяется простым соотношением

$$P = \Gamma\rho_a u l,$$

где ρ_a – плотность атмосферы, u – скорость полета. Возьмем в качестве примера случай полета на высоте, равной половине расстояния между вихрями: $H = l/2$. Тогда $\varphi_0 = \pi/4$, $\rho_0 = \rho_m = \sqrt{H^2 + H^2} = H\sqrt{2} = l/\sqrt{2}$, откуда

$$v_{z\infty} = \frac{P\sqrt{2}}{2\pi\rho_a u l^2}.$$

Примем для оценок следующие значения параметров тяжелого взлетающего самолета: $m = 300$ т, $P = mg = 3 \cdot 10^6$ Н, $l = 50$ м, $u = 100$ м/с, $\rho_a = 1$ кг/м³. Получим, что вихри перемещаются вправо и влево со скоростью

$$v_{z\infty} \approx 2,6 \text{ м/с}.$$

Все наши рассуждения приведены для спокойной атмосферы. А теперь представим, что справа дует поперечный ветер с такой же по величине скоростью. Тогда правый вихрь тяжелого самолета остановится над взлетной полосой и будет долго мешать взлету следующих, пока, наконец, не «растворится» в воздухе. Счастливого полета!

ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ВЗЛЕТ И ВЕТХОЗАВЕТНЫЕ ХЕРУВИМЫ

Херувим – в мифологии одна из высших (вторая после серафимов) категория ангелов в небесной иерархии. Изображаются шестикрылыми со множеством глаз.

Атеистический словарь

Уже в древности крылья и огонь считались необходимыми атрибутами всего, что летает. Например: «...вдруг явилась колесница огненная и кони огненные ...и понесся Илья в вихре на небо». Подобных свидетельств много в Священных Писаниях, но наиболее детальное (просто – поразительно подробное) описание крылатого летательного аппарата дано в книге Пророка Иезекииля. Приведем наиболее существенные цитаты из этой книги:

«И видел я... облако наполнило внутренний двор.

...и Дом наполнился облаком, и двор наполнился сиянием славы Господа. И шум от крыльев херувимов слышен был даже на внешнем дворе, как бы глас Бога Всемогущего, когда он говорит.

И видел я: и вот четыре колеса подле херувимов, по одному колесу подле каждого херувима... И по виду все четыре сходны...

Когда шли херувимы, тогда шли подле них и колеса; и когда херувимы поднимали крылья свои, чтобы подняться от земли, и колеса не отделялись, но были при них.

У каждого – по четыре лица, и у каждого – по четыре крыла...

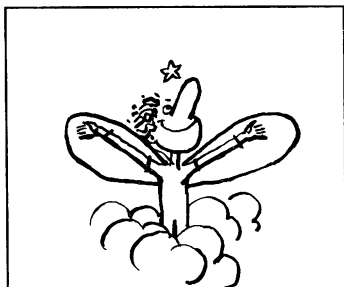
И видел я, и вот на своде, который над главами херувимов, как бы камень сапфир, как бы нечто похожее на престол, видно было над ними. И говорил Он...: войди между колесами под херувимов и возьми полную пригоршню горящих угольев...

И подняли херувимы крылья свои и поднялись в глазах моих от земли; когда они уходили, то и колеса подле них...

...И отошло от меня видение, которое я видел».

В свете этого свидетельства древнего пророка рассмотрим изображения самолетов только что ушедшего века (который вполне можно назвать веком авиации).

На рисунках 37–39 представлены летательные аппараты различных поколений. По-



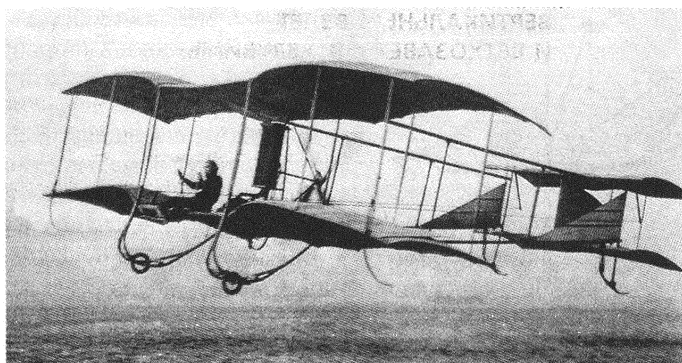


Рис. 37. Один из первых одноместных бипланов

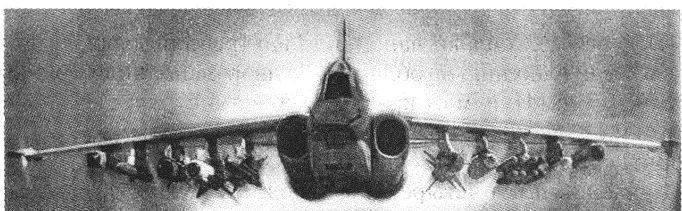


Рис. 38. Штурмовик Сухого

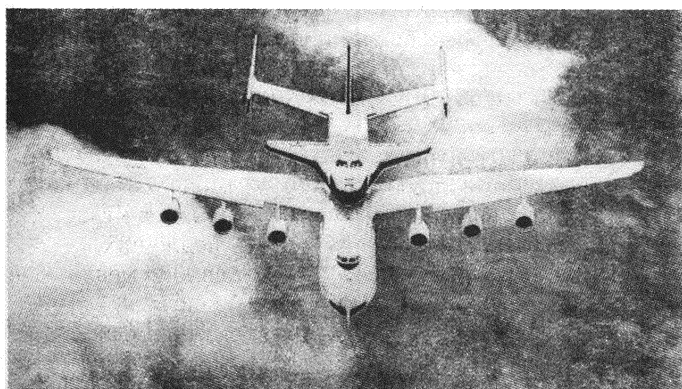


Рис. 39. Сверхтяжелый транспортный самолет «Мрия», транспортирующий «Буря»

любуйтесь деталями этих машин. Тут видны и «пары крыльев», и по «четыре лица» (воздухозаборники двигателей), и колеса, и «сапфир» наверху (остекление кабины). Из всех этих элемен-

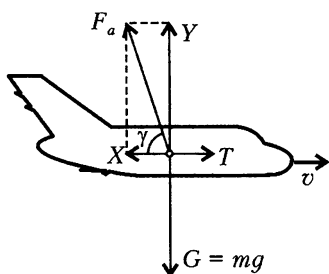


Рис. 40. Схема сил, действующих на самолет

тов вполне можно «собрать» то, что видел Иезекииль (попробуйте сделать это – и вы получите удовольствие).

Конечно, для взлета этих аппаратов требуются весьма протяженные аэродромы. При разбеге по достижении определенной скорости подъемная сила превосходит вес (точнее – силу тяжести), и самолет отрывается от земли. В качестве платы за подъемную силу крыла выступает сила сопротивления. Обе эти составляющие X и Y аэродинамической силы F_a (рис.40) пропорциональны произведению ρv^2 , где ρ – плотность воздуха, v – скорость самолета, на некую площадь. Для подъемной силы естественно взять площадь крыла S , а для силы лобового сопротивления – площадь вертикального силуэта летательного аппарата S_{\perp} . Тогда

$$Y \sim \rho v^2 S, \quad X \sim \rho v^2 S_{\perp}.$$

Отношение этих сил называется аэродинамическим качеством летательного аппарата:

$$K = \frac{Y}{X} = \operatorname{tg} \gamma.$$

Прелесть крыла состоит в том, что это качество (у современных машин) составляет величину порядка десяти. Значит, в горизонтальном полете двигатели должны создавать силу тяги $T = X$, на порядок меньшую веса летательного аппарата $G = Y$, так что предыдущее равенство можно записать в виде

$$K = \frac{G}{T}.$$

Но в ряде случаев требуется посадка на небольшие площадки (в горах, на палубы качающихся кораблей...). И описанный Иезекиилем летательный аппарат мог сесть во двор храма только в том случае, если ему были доступны вертикальные посадка и взлет. Следовательно, это мог быть только аппарат с отклоняемыми соплами (с управляемым вектором тяги), как у современных нам самолетов Як-41 (Россия) или Харриер (Англия). После вертикального взлета «на струях» эти самолеты переходят в горизонтальный полет, становясь «на крыло». Качественно

изменение силы тяги двигателей изображено на рисунке 41. Видно, что в режиме «висения» струи двигателей должны создавать поток импульса, не меньший веса самого летательного аппарата. Следовательно, давление на стартовую площадку, создаваемое струями, должно быть больше, чем нагрузка на крыло:

$$p_{\downarrow} \sim \frac{G}{N_c \pi r_c^2} > \frac{G}{S},$$

где N_c – числоструй. Мало того, тут речь идет не толь-

ко о давлении – струи представляют собой высокоскоростной поток раскаленных газов, способных прожигать палубу авианосцев. Не случайно Иезекииль упоминает об углях под херувимами.

Но что такое многочисленные «очи», покрывающие всю поверхность херувимов? На определенном этапе развития авиации обшивка самолетов делалась из гофрированного дюралюминия, который обеспечивал жесткость конструкции. (В чем легко убедиться, собрав лист бумаги гармошкой – после этого его труднее согнуть.) Такой самолет выглядел «полосатым». С ростом скорости полета возникла проблема аэродинамического нагрева. И оказалось, что можно увеличить теплоотвод при помощи рельефного теплозащитного покрытия в виде кольцеобразных уступов, чередующихся по всей длине боковой поверхности летательного аппарата. (В настоящее время инженеры и ученые интенсивно исследуют такие покрытия.)

Итак, что же видел Иезекииль? Похоже, это был крылатый летательный аппарат вертикального взлета/посадки, который производил впечатляющий шум и оставлял под собою «горящие угли». Он обладал четырьмя реактивными двигателями и, конечно, колесами, которые больше всего потрясли Иезекииля. Габариты аппарата можно оценить сверху, учитывая, что из площади упомянутого двора (50×100 локтей, или 22×44 метра) нужно вычесть площадь храма («Дома», 20×60 локтей). Таким образом, этот летательный аппарат мог иметь характерные размеры порядка десятка метров.

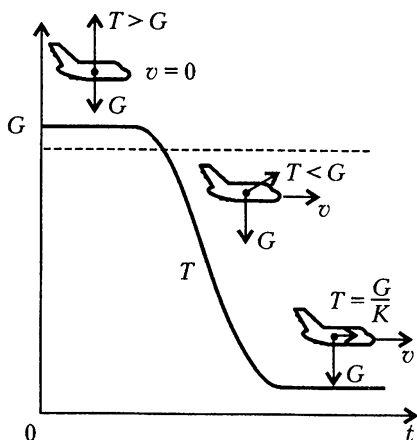


Рис. 41. Зависимость от времени силы тяги вертикально взлетающего самолета

Но кому он мог принадлежать? Иным планетам? Или остаткам прежней земной цивилизации, которая, угасая, пыталась внушить оставшимся «неразвитым странам» благие мысли? И не придется ли землянам после грядущих глобальных катастроф (экологических, военных, социальных...) вновь изобретать «херувимов» через тысячи лет?

ОТ АБСОЛЮТНОЙ ЖЕСТКОСТИ ДО ВАРЕННЫХ МАКАРОН

По мере того как мы приближаемся к глазу (тайфуна), сила сотрясений все возрастает. Они становятся почти непрерывными, самолет вибрирует... вам кажется, что у вас срываются с места сердце и желудок... Быть может, самолет не переламаывается только потому, что у него не хватает времени согнуться в одну сторону до того, как его перегибает в другую... иногда даже полезно не видеть концов крыльев ... это выглядит не очень ободряюще.

П. Молен

До сих пор мы рассматривали летательный аппарат, по сути дела, как абсолютно твердое тело, так как не заботились о его возможных деформациях. Но чтобы «уметь» летать, он должен быть и достаточно легким, а значит, сделанным из предельно тонких элементов. Рассмотрим прежде всего, что происходит с самой принципиально важной частью самолета — его крыльями.

Подъемная сила создается всем крылом, следовательно, она приложена к каждому элементу его поверхности — это так называемая распределенная сила. Но, сложив подъемные силы,



действующие на отдельные элементы, мы получим равнодействующую силу, приложенную в определенной точке крыла (на рисунке 42 расстояние этой точки от плоскости симметрии обозначено через l_y). Если вес (сила тяжести) всего самолета G , то каждое из двух крыльев в горизонтальном полете должно уравновесить половину веса (если пренебречь еще несущими свойствами фюзеляжа и хвоста).

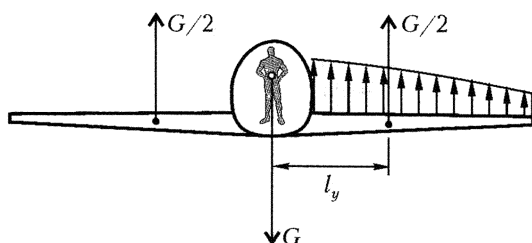


Рис.42. Подъемная сила распределена по крылу; результирующая этого распределения на каждом крыле равна половине веса аппарата

Под действием распределенных сил крыло изогнется вверх – обратите на это внимание, когда вам придется сидеть у окна самолета, разгоняющегося по взлетно-посадочной полосе и отрывающегося от земли. Как оценить этот изгиб? Например, как узнать, на сколько «задерется» кверху конец крыла?

Крыло устроено конструктивно очень сложно, поэтому мы примем простую физическую модель. Ясно, что при изгибе верхняя поверхность крыла будет сжата, нижняя растянута. Вот и давайте представим себе две первоначально параллельные пластинки толщиной δ , шириной b и длиной l (рис.43,а), отстоящие друг от друга на расстояние h , так что суммарная масса этих пластин равна массе крыла.

Предположим, что «плечо» l_y (до точки приложения суммы всех аэродинамических сил, действующих на одно крыло) приблизительно равно половине длины крыла: $l_y \approx l/2$. (Это равенство было бы точным, если бы крыло было прямоугольным в плане и все его элементы находились бы в одинаковых условиях обтекания.) Тогда на крыло будет действовать изгибающий момент сил $\frac{G}{2} l_y$, равный по порядку величины $\frac{G}{2} \frac{l}{2}$. Но можно представить себе, что этот же момент создан парой сил F_+ и F_- , действующих

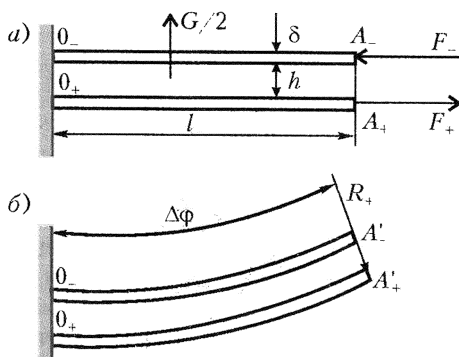


Рис.43. Изгиб двух параллельных пластин, имитирующих крыло, под действием подъемной силы

вдоль пластин (см. рис.43,*а*), из которых первая сила растягивает (поэтому она снабжена индексом «+») нижнюю пластинку, а другая сжимает верхнюю. Таким образом,

$$\frac{G}{2} \frac{l}{2} = F_+ h = F_- h, \text{ откуда } F_+ = F_- = \frac{G}{2} \frac{l}{2h}.$$

Вспомним закон Гука: если стержень длиной l с поперечным сечением $S (= b\delta)$ растягивается силой F_+ , то он удлиняется на $\Delta l_+ = l F_+ / (SE)$, где E (Н/м²) – так называемый модуль Юнга – характеристика вещества, из которого сделан стержень. При сжатии он на столько же укоротится: $\Delta l_- = l F_- / (SE)$. В результате первоначально вертикальное сечение $A_- A_+$ повернется и станет $A'_- A'_+$ (см. рис.43,*б*). Но конец «крыла» при этом приподнимается, так как верхняя дуга $O_- A'_-$ короче нижней $O_+ A'_+$ на $2|\Delta l_+|$. Считая, что $O_+ A'_+$ и $O_- A'_-$ – дуги окружностей, найдем радиус R_+ , например, нижней дуги:

$$\widetilde{O_+ A'_+} = R_+ \Delta\varphi = \widetilde{O_- A'_-} + 2|\Delta l_+| = (R_+ - h) \Delta\varphi + 2|\Delta l_+|,$$

откуда

$$h \Delta\varphi = 2|\Delta l_+|.$$

Но, по определению центрального угла, $\Delta\varphi = \widetilde{O_+ A'_+} / R_+ = (l + \Delta l_+) / R_+$, или, считая $\Delta l_+ \ll l$, $\Delta\varphi \approx l / R_+$. Таким образом, получим $hl / R_+ = 2|\Delta l_+|$. Отсюда радиус нижней дуги крыла равен

$$R_+ = \frac{hl}{2|\Delta l_+|}.$$

Оценим, на сколько конец крыла задержется вверх. Для этого мысленно совместим рисунки 43,*а* и *б* и представим себе прямоугольный треугольник с прямым углом в точке O_+ и вертикальным катетом с длиной, равной радиусу кривизны R_+ . Следовательно, верхний конец этого катета является одновременно вершиной острого угла и центром кривизны дуги $O_+ A'_+$ и, вследствие малости угла $\Delta\varphi$, находится так далеко вверх, что не помещается на рисунке. Наконец, гипотенуза этого воображаемого прямоугольного треугольника идет из центра кривизны через точки A'_- и A'_+ до пересечения с горизонтальным катетом, идущим вдоль $O_+ A_+$. Вообразили? Тогда, поскольку искомое смещение h_1 равно (приблизленно) отрезку $A_+ A'_+$, из построенного прямоугольного треугольника по теореме Пифагора получим $(R_+ + h_1 / \cos \Delta\varphi)^2 \approx R_+^2 + l^2$. Но, поскольку $\Delta\varphi$ мал,

$\cos \Delta\varphi \approx 1$. Сокращая одинаковые члены в правой и левой частях и пренебрегая квадратом искомого малого смещения h_+^2 , получим

$$2R_+h_+ \approx l^2, \text{ откуда } h_+ \approx \frac{l^2}{2R_+}.$$

Подставляя сюда найденные выше выражения для радиуса кривизны нижней поверхности крыла R_+ , удлинения Δl_+ и силы F_+ , найдем

$$h_+ = \frac{1}{2} \left(\frac{G}{2lb} \right) \frac{l^4}{h^2 E \delta}.$$

Проведем численные оценки. Заметим, что мы выделили в скобках последнего выражения нагрузку на крыло $G/(2lb)=G/S$, которую можно для какого-нибудь «среднего» самолета взять равной, например, 5000 Н/м^2 . Скажем, его масса 50 т , площадь крыльев $S = 100 \text{ м}^2$, размах крыльев 40 м , длина одного из них $l = 20 \text{ м}$, а средняя толщина крыла $h = 0,5 \text{ м}$ при условной толщине «обшивки» $\delta = 5 \text{ мм}$ (тогда масса обоих крыльев равна $2S\delta\rho = 2 \cdot 100 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг} \approx 3 \text{ т}$, т.е. составляет 6% массы самолета). Получим $h_+ \approx 3 \text{ м}$ (при $E \approx 10^{11} \text{ Н/м}^2$).

Итак, крыло в спокойном полете изогнулось вверх и плавно несет тяжелую машину. Но почему полет обязательно спокойный? А если беспокойный, тогда почему плавно? Ведь атмосфера отнюдь не однородна – даже невооруженным глазом видны облака, дымки, туманы; планеристы знают, что над черной пашней в жаркий день «дуют» восходящие вверх потоки воздуха, а над лесом – вниз, да и каждый из этих потоков состоит из множества вихрей, иногда очень длинных.

Поэтому на крыло самолета, движущегося в такой атмосфере, воздух будет налетать под разными углами атаки: скорость самолета будет (векторно) складываться с местной скоростью воздуха, которая, с точки зрения летчика, является какой-то случайной функцией времени. Но поскольку подъемная сила зависит от угла атаки, то она тоже будет как-то случайно колебаться относительно своего среднего значения, соответствующего «спокойному» полету. Значит, крыло будет «трястись», а вместе с ним будут трястись и фюзеляж, и хвост, и экипаж, и пассажиры – вот вам и «плавно несет...».

Пусть действующая на крыло вертикальная составляющая силы изменяется со временем ступенчато, как показано на рисунке 44. Тогда после каждого «порыва» воздуха крыло, поколебавшись, вновь примет прежнее положение. На том же рисунке изображено качественно движение конца крыла при



Рис.44. Прямоугольные импульсы имитируют периодические возмущения крыла; «отклик» на эти возмущения успевает затухнуть между двумя последовательными импульсами

одном порыве. Вы можете смоделировать это явление, если один конец линейки плотно прижмете к столу, а по другому, свисающему, ударите пальцем.

А что будет, если случайно частота порывов совпадет с частотой колебаний крыла, или, как говорят точнее, с собственной частотой крыла? Так это же будет резонанс! А при резонансе добра не жди – порывы будут «в такт» раскачивать крыло, и оно может просто не выдержать: растяжения и сжатия конструкции могут достичь разрушающих значений.

Но реально дело обстоит еще хуже: крыло не только может изгибаться, а еще и скручиваться вокруг своей «длинной оси». Это явление вы можете смоделировать, прижав один конец той же линейки к столу и нажав на другой не точно посередине, а с краю.

В самом деле, почему случайные порывы, действующие на крыло в полете, должны приводить к равнодействующей силе, приложенной строго в точке, при которой будет только изгиб (из таких точек состоит так называемая нейтральная ось – без вращения)? Вообще говоря, не должны. Вот и возникает сложное изгибно-крутильное колебание – страшное явление, названное когда-то флаттером (flutter означает «тряска») и приведшее к гибели многих самолетов.

А чтобы флаттер победить, оказалось мало знать аэродинамику «абсолютно жесткого самолета» – пришлось развить новую науку под названием «аэроупругость», в которой самолет похож скорее на вареные макароны, чем на твердое тело (рис.45).

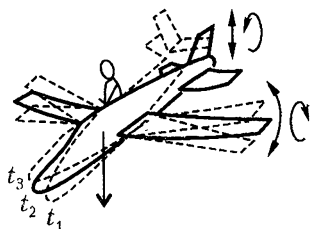


Рис.45. Реальный деформирующийся летательный аппарат

Заметим, что в теории флаттера (это уже не резонанс, а автоколебания) большую роль сыграла смелая «шашлычная» модель, предложенная в ЦАГИ (Центральный аэрогидродинамический институт). В

этой модели крыло представлялось в виде балки, разрезанной на куски, скрепленные упругими элементами. Эта дискретизация массы и жесткости сильно облегчила математическую обработку проблемы.

ЕГО ПРЕПОДОБИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ, ИЛИ ЗАЧЕМ НУЖНЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ТРУБЫ

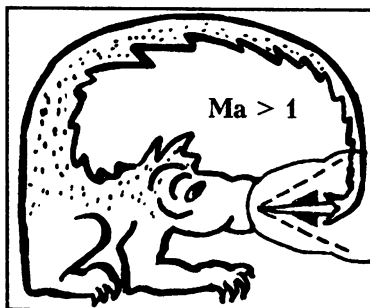
...Математики его величества, определив высоту моего роста при помощи квадранта и найдя, что высота эта находится в таком отношении к высоте лилипута, как двенадцать к единице, заключили на основании сходства наших тел, что объем моего тела равен, по крайней мере, объему 1728 тел лилипутов, а следовательно, оно требует во столько же раз больше пищи. Из этого читатель может составить понятие как о смысленности этого народа, так и о мудрой расчетливости его государя.

Дж. Свифт

Когда мы, я и школьные приятели, были маленькими и делали модели самолетов, то у нас иногда возникал такой вопрос: предположим, мы построили модель самолета, длина которого 10 м, уменьшив его в 10 раз, – значит, модель длиной 1 м. Хотелось бы в нее посадить человека, тоже уменьшенного в 10 раз. Но сколько он должен весить? Если, например, средних размеров мужчина весит 70 кг при росте 1 м 70 см, то нам нужно существо (уже неважно какого пола) ростом 17 см, а массой... что, тоже в 10 раз меньше? Значит, 7 кг?! Так сколько же должен весить наш маленький пилот? В 100 раз меньше человека; в 1000; в 10000?..

Позднее некоторые из нас (кто хотел) узнали, что такие вопросы решает теория размерностей и подобия. Лилипуты решили его сотни лет назад. Для них это был чисто экономический вопрос: зачем перекормливать Гулливера?

Если предположить, что нормальные люди (Гулливеры) и малые человечки (лилипуты) состоят из одинакового материала (в частности, одной и той же плотности ρ_0), то ясно, что их массы M и m соответственно пропорцио-



нальны их объемам, т.е. (если соблюдено геометрическое подобие) третьей степени их роста: $M \sim \rho_0 L^3$, $m \sim \rho_0 l^3$. Иначе это утверждение можно записать так:

$$\rho_0 \sim \frac{M}{L^3} = \frac{m}{l^3}.$$

Таким образом, здесь средняя плотность тела выступает в качестве величины, которую можно назвать параметром подобия (хотя она и имеет размерность).

Установленные нами зависимости для подъемной силы и силы сопротивления в воздухе позволяют решить, например, такой вопрос: во сколько раз чаще должен махать крыльями воробей, чем орел, чтобы держаться в воздухе? Пусть размер воробья (скажем, размах крыльев) l , а орла — L . Предположим, что орел и воробей геометрически подобны. Если частота взмахов крыла у воробья ν , у орла — N , то линейные скорости крыльев пропорциональны величинам νl для воробья и NL для орла соответственно. Значит, их подъемные силы пропорциональны величинам $\rho(\nu l)^2 l^2$ и $\rho(NL)^2 L^2$ (здесь ρ — плотность воздуха). Эти силы компенсируют вес (точнее — силу тяжести). Если считать еще, что орлы и воробьи состоят из одинакового мяса и одинаковых костей, т.е. средние плотности их тел ρ_0 равны, то их веса пропорциональны объемам, т.е. l^3 и L^3 . Итак, приравняв подъемную силу и вес и взяв отношение этих равенств, получим

$$\frac{\rho(\nu l)^2 l^2}{\rho(NL)^2 L^2} = \frac{\rho_0 l^3 g}{\rho_0 L^3 g},$$

или

$$\frac{\nu}{N} = \sqrt{\frac{L}{l}}.$$

Таким образом, если орел в 9 раз больше воробья, то воробей должен взмахивать крыльями втрое чаще.

Похожие рассуждения проводит экспериментатор, когда исследует в аэродинамической трубе поведение модели. Например, нужно испытать модель сверхзвукового самолета, предназначенного для полетов с удвоенной скоростью звука (число Маха $Ma = 2$). Тогда от носа пойдет назад скачок уплотнения, причем характер обтекания крыльев зависит от того, придет ли скачок на них или пройдет мимо (рис.46). (В частности, если бы фюзеляж можно было считать очень тонким, почти как игла, то мы легко нашли бы угол у вершины этого конического скачка, «севшего на носу»: $\sin \alpha = 1/Ma$, $\alpha = 30^\circ$.)

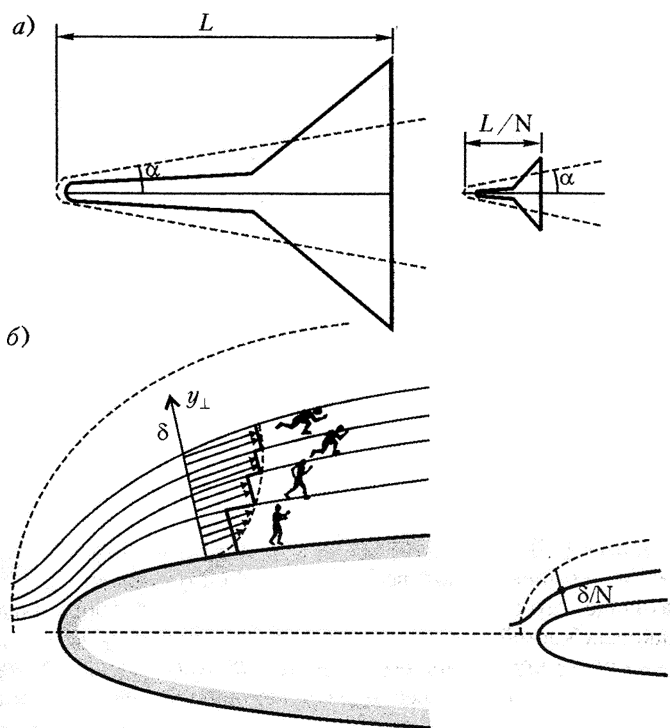


Рис.46. а) Реальный летательный аппарат и его геометрически подобная модель (уменьшено в N раз); наклон головного скачка уплотнения, зависящий от числа Маха, должен быть одинаков в обоих случаях; б) погранслоем толщиной δ на реальном аппарате и толщиной δ/N на его модели

Следовательно, этот факт нужно учесть и при моделировании в аэродинамическом эксперименте: геометрическую картину обтекания никак нельзя нарушить. Значит, число Маха в аэродинамической трубе должно быть точно таким же, как и в полете, во сколько бы раз мы ни уменьшали модель.

Не нужно ли моделировать еще какие-то явления? Нужно, и очень многие. Есть эффекты, роль которых с изменением масштаба меняется. Например, известен опыт, в котором можно осторожно положить иглу на поверхность воды в тарелке и игла будет плавать. Но попробуйте увеличить иглу до размеров лома и заставить этот лом плавать в ванне! В этом случае уменьшение размеров тела (даже геометрически подобное) при-

водит к возрастанию роли поверхностного натяжения по сравнению с «утапливающей» ролью веса: ведь масса убывает пропорционально третьей степени, площадь – второй степени, а длина (от которой зависит сила поверхностного натяжения) – только первой степени размера. В результате маленькая игла «плавает», а лом – едва ли.

Точно так же с уменьшением размеров летательного аппарата (от натуральной величины до модели) может изменяться, например, роль силы поверхностного трения воздуха о модель (назовем эту силу $X_{||}$, так как она направлена по касательной к поверхности) по отношению к силе лобового сопротивления X . Поясним подробнее, как возникает сила поверхностного трения. На рисунке 46,б изображено обтекаемое воздухом тело (например, это может быть передняя кромка крыла или носовая часть фюзеляжа) и сплошными линиями показаны границы *трубок тока* (поперек этих границ нет перетекания массы воздуха). Эти струйки скользят друг по другу каждая со своей скоростью, что условно изображено на рисунке в виде ступенчатой функции от нормальной к поверхности тела координаты y_{\perp} .

В системе координат, связанной с телом, ближайшая к телу струйка почти неподвижна: человек, находящийся в этой струйке, может спокойно стоять на поверхности тела – его едва обдувает пристенный слой воздуха. В следующей струйке он должен идти, если хочет оставаться неподвижным относительно воздуха, еще дальше от тела – бежать, еще дальше – мчаться сломя голову. Весь этот набор струек, в которых происходит резкое изменение скорости с удалением от тела, называется пограничным слоем, а то расстояние δ (по нормали к телу), на котором скорость воздуха от струйки к струйке почти перестает изменяться, называется толщиной погранслоя. Таким образом, внутри пограничного слоя воздух похож на мед, а вне слоя почти невязкий: он обтекает уже не само тело, а как бы утолщенное – тело плюс его погранслой.

А можно вообразить себе все это еще и так. Тело – это неподвижный перрон, на котором лежат кучи песка. Мимо перрона движутся параллельно друг другу поезда (трубки тока газа), состоящие из платформ с песком, с тем большей скоростью, чем они дальше от перрона. Рабочие перекалывают песок лопатами перпендикулярно направлению движения с перрона на ближайший поезд, а с него – все дальше от перрона. Конечно, лопата песка, брошенная с медленной платформы на быструю, слегка притормозит последнюю, а с быстрой на

медленную – ускорит первую. Таким образом, можно сказать, что возникает поперечный поток продольного импульса.

Итак, судьбы частиц (молекул, атомов, ионов и т.п.) воздуха, движущихся прямо вдоль твердой поверхности аппарата и на некотором расстоянии от нее, вообще говоря, различны. В первом случае воздух прилипает к поверхности, во втором – скользит вдоль слоев, уже движущихся относительно нее. Так возникает касательная сила трения слоев воздуха о поверхность, и в этих слоях выделяется тепло, как при трении ладоней друг о друга.

От чего эта сила может зависеть? Молекулы, которые летят «быстрее» (со средней скоростью v_{\parallel}) вдали от тела, имеют также среднюю скорость хаотического теплового движения $\langle c \rangle \sim \sqrt{T}$, в том числе и поперек линии тока, в сторону фюзеляжа, где такие же молекулы движутся медленнее, со скоростью v'_{\parallel} . Значит, разность продольных составляющих импульса молекулы в этих двух положениях составляет $m(v_{\parallel} - v'_{\parallel})$. А плотность поперечного потока молекул порядка $\langle c \rangle n$ – это число молекул, которые в одну секунду через один квадратный метр летят в сторону фюзеляжа. Значит, эти молекулы передают одному квадратному метру поверхности фюзеляжа в одну секунду импульс $\langle c \rangle n m (v_{\parallel} - v'_{\parallel})$. Действительно, это выражение имеет размерность плотности потока импульса: $\frac{m}{c} \cdot \frac{1}{m^3} \cdot \text{кг} \cdot \frac{m}{c} = \frac{\text{кг} \cdot m/c}{m^2 \cdot c}$. Но одновременно его можно считать выражением для силы, приходящейся на единицу площади поверхности обтекаемого тела (перепишем размерность в виде $\frac{\text{кг} \cdot m/c^2}{m^2} = \frac{H}{m^2}$) и действующей, согласно нашим рассуждениям, по касательной к этой поверхности.

Но какую же разность скоростей надо подставить в это выражение? Ведь чем дальше от поверхности аппарата (в перпендикулярном направлении y_{\perp} ; см. рис.46), тем больше скорость обтекающего воздуха, пока она не достигнет значения «в невязком потоке». С другой стороны, только что рассмотренный нами перенос импульса от одного слоя к другому происходит беспрепятственно лишь на длине свободного пробега молекулы l_{\perp} . Значит, нам нужно подставить не какую-то произвольную разность продольных скоростей $v_{\parallel} - v'_{\parallel}$, а значение этой разности

на длине свободного пробега: $v_{\parallel} - v'_{\parallel} = v_{y_{\perp}=l} - v_{y_{\perp}=0} = \frac{\Delta v_{\parallel}}{\Delta y_{\perp}} l_{\perp}$. Следовательно, сила трения, действующая на один квадратный

метр обтекаемой поверхности, будет равна по порядку величины

$$f_{\parallel} \sim (\langle c \rangle \rho l_{\perp}) \frac{\Delta v_{\parallel}}{\Delta y_{\perp}}.$$

Коэффициент (в скобках) при производной от скорости по перпендикулярному направлению называется вязкостью: $\mu \sim \langle c \rangle \rho l_{\perp}$, где $\rho = nm$.

Но, как уже сказано выше и показано на рисунках, скорость воздуха изменяется от нулевой на поверхности тела до своего значения v во внешнем потоке и это изменение происходит на толщине погранслоя δ . Значит, производная в этой формуле имеет порядок $\Delta v_{\parallel} / \Delta y_{\perp} \sim v / \delta$. В результате полную касательную силу, действующую на боковую поверхность (площадью S_{\parallel}) всего аппарата, можно оценить по формуле

$$X_{\parallel} \sim f_{\parallel} S_{\parallel} \sim \frac{\mu v}{\delta} S_{\parallel}.$$

А сила лобового сопротивления, как мы уже знаем, определяется формулой $X \sim \rho v^2 S$. Так вот, теперь ясно, что, уменьшив модель в N раз по сравнению с «большим» летательным аппаратом, мы должны не только в N раз уменьшить толщину погранслоя δ , чтобы «картина» течения осталась прежней, но и позаботиться о том, чтобы измеряемая сила лобового сопротивления не оказалась «замаскированной» другой силой – касательной силой поверхностного трения. Короче говоря, нужно, чтобы отношение этих сил и в «натуре», и в эксперименте с моделью было одинаковым, или, как говорили древние латиняне, *idem*:

$$\frac{X}{X_{\parallel}} \sim \frac{\rho v S}{\mu S_{\parallel}} \delta = \left(\frac{S}{S_{\parallel}} \frac{\delta}{L} \right) \left(\frac{\rho v L}{\mu} \right) = \text{idem}.$$

Величина, стоящая в первой скобке, должна сохраняться одинаковой в «натуре» и в лабораторном эксперименте по условию геометрического подобия. Следовательно, нужно еще потребовать, чтобы сохранялась и величина, стоящая во второй скобке. Эта безразмерная величина получила даже специальное название — *число Рейнольдса*

$$\text{Re} = \frac{\rho v L}{\mu}.$$

Если испытывать модель в потоке «того же самого» воздуха, что и реальный летательный аппарат (т.е. воздуха, обладающего теми же плотностью, вязкостью и температурой, а значит, и тем же значением скорости звука), то, для того чтобы числа Маха были одинаковыми, мы должны обеспечить и то же самое

значение скорости обтекающего воздуха. Отсюда неизбежно следует, что число Рейнольдса уменьшится во столько же раз, во сколько уменьшили модель, т.е. в N раз. А это означает, что во столько же раз возрастет роль вязкости по сравнению с силой лобового сопротивления, что может помешать измерению этой силы в аэродинамической трубе. Таким образом, с уменьшением размеров модели тот же самый воздух, который для большого «натурного» самолета является идеальным газом, все более становится похожим на вязкий мед.

Что же сделать, чтобы оба числа (Маха и Рейнольдса) были одними и теми же в полете и в аэродинамической трубе с малой моделью?

Выход есть. Вспомним, что, поскольку длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна их плотности, произведение ρl_{\perp} не зависит от плотности, давления или температуры. Следовательно, $\mu \sim \langle c \rangle \sim \sqrt{T}$.

Теперь мы можем сказать, как число Рейнольдса зависит от температуры. Поскольку $\rho \sim 1/T$, а $\mu \sim \sqrt{T}$, то $Re \sim \rho/\mu \sim 1/(T\sqrt{T})$. Отсюда видно, как надо поступить, чтобы относительная роль вязкости для малой модели не возрастала по сравнению с «натурой»: надо охладить поток! Например, если охладить его до температуры, когда воздух почти начинает конденсироваться, т.е. до температуры порядка ста кельвинов, то число Рейнольдса возрастает при этом, по сравнению с неохлаждаемым потоком, в $3\sqrt{3} \approx 5$ раз. Во столько раз холодный воздух как бы «жиже», чем обычный.

Вот и возникла идея так называемой криогенной аэродинамической трубы, в которой для модели можно обеспечить те же значения числа Рейнольдса (а значит, и ту же относительную роль вязкости воздуха), что и для реального большого летательного аппарата. И еще одна польза видна от охлаждения потока: поскольку с падением температуры упадет и скорость звука, то для сохранения прежнего значения числа Маха нужно во столько же раз уменьшить и скорость. Таким образом, мощность, необходимая для того, чтобы разогнать и поддерживать холодный поток в аэродинамической трубе, и пропорциональная произведению силы сопротивления на скорость, тоже уменьшается.

Так мы совместим полезное с приятным — осталось только позаботиться, чтобы во время эксперимента не заболеть ангиной.

Конечно, помимо чисел Маха и Рейнольдса, есть и другие безразмерные комбинации размерных параметров потока и обтекаемого тела, которые тоже нужно выдерживать в наземном

эксперименте такими же, как и в полете. Но и приведенных рассуждений достаточно, чтобы показать, какое это непростое дело – аэродинамический эксперимент.

ЗВУКИ В ПЕНЕ

*Шипенье пенистых бокалов
И пунша пламень голубой!*

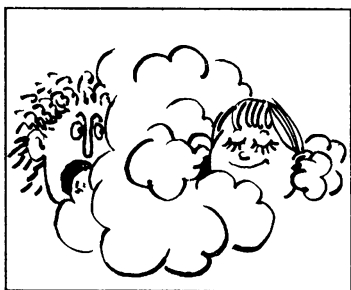
А. Пушкин

Еще в античном мире правильно оценивали порядок скорости звука в воздухе. Теперь все знают, что эта скорость составляет приблизительно триста метров в секунду. В воде звук распространяется раз в пять быстрее – в этом можно убедиться, заглянув в справочник. А что если смешать воду с воздухом в виде пузырьков – какова будет скорость звука в этой пене? Почти всякий разумный человек ответит: наверное, где-то между значениями скоростей в воде и в воздухе. Увы, это как раз тот случай, когда интуиция (или здравый смысл) подсказывает неверный ответ.

Но рассмотрим все по порядку. Как известно, средний квадрат скорости теплового движения молекул газа v связан с его температурой T так:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m} \equiv \frac{3RT}{M}.$$

Здесь k – постоянная Больцмана, m – масса одной молекулы, R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса вещества. А поскольку молекулы «общаются» друг с другом при столкновениях, можно ожидать, что и скорость звука по величине будет порядка тепловой скорости. Только звук – это организованный, направленный поток энергии, поэтому его скорость



должна быть несколько меньше скорости беспорядочного, хаотического метания молекул равновероятно во все стороны. И действительно, для воздуха квадрат скорости звука приблизительно вдвое меньше, чем указанное выше значение $\langle v^2 \rangle$. Точная формула учитывает еще и число степеней свободы

молекулы i :

$$v_{\text{зв}}^2 = \frac{i+2}{i} \frac{RT}{M}.$$

Так как воздух состоит в основном из двухатомных молекул (моделируемых «гантельками»), то для него $i = 5$, для одноатомных газов (гелий, неон, аргон, криптон, радон) $i = 3$, а для многоатомных $i = 6$, так что можно составить такую простую таблицу:

i	3	5	6
$\frac{i+2}{i}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{4}{3}$

Видно, что этот точный множитель $\frac{i+2}{i}$ для любого газа порядка единицы. Это значит, что численную оценку скорости звука можно было бы получить прямо из уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M} \sim v_{\text{зв}}^2.$$

Кстати сказать, великий Ньютон считал, что это точное равенство. Но тоже великий Лаплас показал, что нужно ввести еще

множитель $\frac{i+2}{i}$. Полученное при этом и приведенное выше точное выражение учитывает еще и следующие соображения: ведь звук есть распространение в газе малых возмущений давления Δp , плотности $\Delta \rho$, температуры ΔT , поэтому должно

играть роль отношение $\frac{\Delta p}{\Delta \rho} \sim v_{\text{зв}}^2$. Причем указывается и процесс, в котором происходят эти малые изменения параметров газа, — оказывается, этот процесс адиабатический, т.е. настолько быстрый, что соседние области сжатия и разрежения в звуковой волне не успевают обмениваться друг с другом энергией:

$$v_{\text{зв}}^2 = \left(\frac{\Delta p}{\Delta \rho} \right)_{\text{ад}}.$$

Для жидкости (индекс «ж») уравнение состояния часто записывают в виде

$$\frac{p - p_0}{\rho - \rho_0} = v_{\text{зв ж}}^2$$

(что тоже можно представить в виде отношения малых изменений давления и плотности: $\frac{\Delta p}{\Delta \rho} = v_{\text{зв}}^2$).

А зачем вообще нужно знать скорость звука в воздухе? А вот, например, зачем.

Сверхзвуковой самолет, по определению, должен лететь со скоростью $v > v_{\text{зв}}$. Отношение $\frac{v}{v_{\text{зв}}} = \text{Ma}$ называется числом Маха, по имени австрийского физика. Для современных истребителей это число достигает значения $\text{Ma} \geq 3$ — значит, они летят быстрее винтовочной пули или артиллерийского снаряда. Можно представить себе, как непросто и недешево разогнать воздух в аэродинамической трубе при испытании на земле (неподвижных) моделей сверхзвуковых летательных аппаратов. Конечно, можно брать более «тяжелые» газы (с большим значением молярной массы M , чем для воздуха, у которого $M = 29$ кг/кмоль), например аргон ($M = 40$ кг/кмоль) или криптон ($M = 84$ кг/кмоль). Но, во-первых, эксперимент станет очень дорогим, а во-вторых, это не решит проблему:

ведь $v_{\text{зв}} \sim \frac{1}{\sqrt{M}}$. Чтобы радикально решить проблему, надо бы

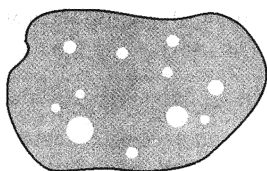


Рис. 47. Пузырьки в жидкости

уменьшить скорость звука в рабочем газе (а с нею и скорость потока) хотя бы на порядок. Получается, что нужен газ с $M = 3000$ кг/кмоль — а где его взять?

Но это все присказка, а сказка впереди. Поговорим о пене. Пусть смесь жидкости и газа (рис.47) с общей массой M занимает суммарный объем V . Обе эти величины являются аддитивными (или, как говорят термодинамики, экстенсивными), т.е. их можно получать сложением:

$$M = M_{\text{г}} + M_{\text{ж}},$$

$$V = V_{\text{г}} + V_{\text{ж}}.$$

Введем понятие массовой доли газа в этой смеси:

$$\alpha = \frac{M_{\text{г}}}{M}.$$

Тогда, очевидно, массовая доля жидкости будет равна $1 - \alpha$. Используя этот термин, можно, разделив суммарный объем на

суммарную массу, получить следующее выражение для величины, обратной средней плотности пены:

$$\frac{V}{M} = \frac{1}{\rho} = \frac{V_{\Gamma} + V_{\text{ж}}}{M} = \frac{V_{\Gamma}}{M_{\Gamma}} \alpha + \frac{V_{\text{ж}}}{M_{\text{ж}}} (1 - \alpha).$$

Но отношение массы каждой фазы (газа и жидкости) к своему объему есть истинная плотность этой фазы: $\frac{M_{\Gamma}}{V_{\Gamma}} = \rho_{\Gamma}$, $\frac{M_{\text{ж}}}{V_{\text{ж}}} = \rho_{\text{ж}}$, так что предыдущее выражение можно переписать в виде

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\alpha}{\rho_{\Gamma}} + \frac{1 - \alpha}{\rho_{\text{ж}}}.$$

Предположим, что газ не растворим в жидкости. Это означает, что при любых сжатиях или растяжениях пены массовая доля газа остается постоянной, т.е. $\alpha = \text{const}$ (хотя объем самих пузырьков может и изменяться). В этом предположении запишем предыдущую формулу в виде малых приращений. Для этого нужно вспомнить следующее правило:

$$\Delta\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{\Delta x}{x^2}.$$

Кто это знает, тот молодец, а для того, кто не знает, приведем вывод. Перепишем исходное выражение в виде

$$\Delta\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x + \Delta x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x(1 + \Delta x/x)} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{-1} - 1 \right].$$

Используя формулу для бинома Ньютона, получим

$$\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{-1} \approx 1 - \frac{\Delta x}{x}.$$

Тут видно, что мы пренебрегли уж очень малыми величинами порядка квадрата отношения $\frac{\Delta x}{x}$. Итак,

$$\Delta\left(\frac{1}{x}\right) \approx \frac{1}{x} \left(1 - \frac{\Delta x}{x} - 1\right) = -\frac{\Delta x}{x^2}.$$

Применим это правило к выражению для среднеобъемной плотности пены:

$$\Delta\left(\frac{1}{\rho}\right) = -\frac{\Delta \rho}{\rho^2} = -\alpha \frac{\Delta \rho_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma}^2} - (1 - \alpha) \frac{\Delta \rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}}^2}.$$

(Заметим, что здесь не предполагается несжимаемость жидкости – в противном случае нужно было бы признать, что скорость звука в ней бесконечно велика.) Теперь учтем принятое выше выражение для скорости звука в каждой фазе в отдельности и в пене в целом:

$$v_{зв}^2 = \frac{\Delta p}{\Delta \rho}, \quad v_{зв \Gamma}^2 = \frac{\Delta p}{\Delta \rho_{\Gamma}}, \quad v_{зв ж}^2 = \frac{\Delta p}{\Delta \rho_{ж}}$$

и разделим обе части полученного выше уравнения на приращение давления Δp . В результате получим

$$\frac{1}{\rho^2 v_{зв}^2} = \frac{\alpha}{\rho_{\Gamma}^2 v_{зв \Gamma}^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_{ж}^2 v_{зв ж}^2},$$

или

$$\left(\frac{\alpha}{\rho_{\Gamma}} + \frac{1-\alpha}{\rho_{ж}} \right)^2 \frac{1}{v_{зв}^2} = \frac{\alpha}{\rho_{\Gamma}^2 v_{зв \Gamma}^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_{ж}^2 v_{зв ж}^2}.$$

Теперь осталось только исследовать зависимость скорости звука в пене от массовой доли газа. Конечно, задавая свойства обеих фаз в отдельности (их невозмущенные истинные плотности и скорости звука), можно рассчитать скорость звука в пене для различных значений α и построить соответствующую кривую $v_{зв}(\alpha)$. Но мы проведем здесь лишь качественный анализ, зато пригодный для любой пары жидкость – газ.

Прежде всего убедимся в том, что последнее выражение верно для двух предельных случаев – чистого газа и чистой жидкости. Действительно, подставляя значение $\alpha = 1$, получим $v_{зв} = v_{зв \Gamma}$; подставляя $\alpha = 0$, получим $v_{зв} = v_{зв ж}$. Эти два случая указаны на рисунке 48 светлыми кружками.

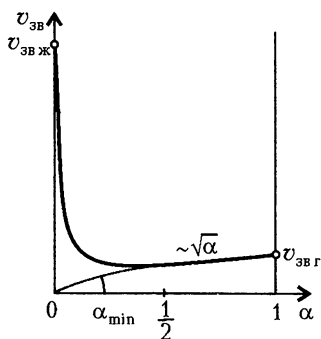


Рис. 48. Зависимость скорости звука от массовой доли пугырьков

Пусть теперь газа много, а жидкости мало. Это значит, что $\alpha \leq 1$, $1-\alpha \ll 1$. Тогда вторыми слагаемыми в обеих частях нашего уравнения можно пренебречь. А учитывая, что у них в знаменателе стоят (да еще в квадрате) плотность жидкости и скорость звука в жидкости, которые много больше соответствующих параметров для газа, можно заключить, что этими слагаемыми можно пренебречь и для значений α , не очень близких к

единице, например для $\alpha = \frac{1}{2}$. Итак,

$$\frac{1}{v_{зв}^2} \left(\frac{\alpha}{\rho_{\Gamma}} \right)^2 = \frac{\alpha}{\rho_{\Gamma}^2 v_{зв1}^2},$$

откуда

$$v_{зв} = v_{зв1} \sqrt{\alpha}.$$

Разве это не удивительный результат: скорость звука в пене меньше чем даже в газе, а тем более в жидкости! Поэтому возникает желание немедленно найти ее наименьшее значение.

Будем двигаться в сторону убывающих значений α (см. рис.48). Ясно, что с приближением к нулевому значению (в пределе чистой жидкости) кривая должна взлететь вверх. Следовательно, где-то тут, при малых значениях α , и нужно ожидать минимума. При этом уже нельзя пренебрегать отношением $\frac{1-\alpha}{\rho_{ж}}$ по сравнению с отношением $\frac{\alpha}{\rho_{\Gamma}}$. Наоборот, будем считать, что они сравнимы:

$$\frac{\alpha}{\rho_{\Gamma}} \sim \frac{1-\alpha}{\rho_{ж}},$$

откуда получим

$$\alpha_{\min} \sim \frac{1}{\frac{1}{\rho_{\Gamma}} + \frac{1}{\rho_{ж}}} \approx \frac{\rho_{\Gamma} \rho_{ж}}{\rho_{\Gamma} + \rho_{ж}}.$$

Где-то вблизи этого значения кривая даст

$$v_{зв1} = v_{зв\Gamma} \sqrt{\frac{\rho_{\Gamma}}{\rho_{ж}}}.$$

А поскольку кривая тут должна пересечься с левой ветвью зависимости $v_{зв}(\alpha)$, то значение скорости удвоится:

$$v_{зв\min} = 2v_{зв1} = 2v_{зв\Gamma} \sqrt{\frac{\rho_{\Gamma}}{\rho_{ж}}}.$$

Заметим, что во всех этих рассуждениях предполагается, что длина звуковой волны λ должна быть много больше характерного радиуса пузырьков и среднего расстояния между ними, так чтобы на длине λ среду можно было считать однородной и приписывать ей среднеобъемную плотность ρ . В противном случае пришлось бы рассматривать взаимодействие акустической волны с отдельным пузырьком.

Сделаем численные оценки для пузырьков воздуха в воде. В этом случае имеем $v_{зв г} \sim 300$ м/с, $v_{зв ж} \sim 1500$ м/с, $\rho_r \sim 1$ кг/м³, $\rho_ж = 10^3$ кг/м³. Подставляя эти значения величин в формулу, найдем

$$v_{зв min} \approx 2 \cdot 300 \text{ м/с} \cdot \sqrt{\frac{1}{1000}} \approx 20 \text{ м/с}.$$

При этом массовая доля пузырьков в воде должна составить $\alpha_{min} = 10^{-3}$. (Это не так уж мало: в этом случае объемные доли газа и жидкости сравнимы друг с другом.)

Итак, получен удивительный результат: скорость звука в пене на порядок меньше, чем в воздухе! Физическая причина этого факта ясна: большое количество жидкости обеспечивает массовую инертность среды, а наличие пузырьков газа обуславливает ее сжимаемость.

Но из этого следует и практически важный вывод: можно сделать сверхзвуковую «аэродинамическую трубу», в которой рабочим телом будет пена, и уже при скорости потока в ней, скажем, 30 м/с можно будет испытывать модели сверхзвуковых самолетов. А не подумать ли и о сверхзвуковой подводной лодке в предварительно вспененном океане (конечно, помня при этом и о законе Архимеда)?

Но бывают и твердые пены. Например, в природе встречается пемза — пористая губчато-ноздреватая очень легкая горная порода вулканического происхождения. Из искусственных твердых пен можно указать пеностекло, пенобетон, микропористую резину, различные пенопласты. Исследование распространения звука в них чрезвычайно важно для предсказания акустических свойств помещений, при строительстве которых используются эти материалы.

Поистине — любой закон физики или даже любая малая находка, сделанная на основе этого закона, находят применение в человеческой практике.

ПАРА СПУТНЫХ ВИХРЕЙ

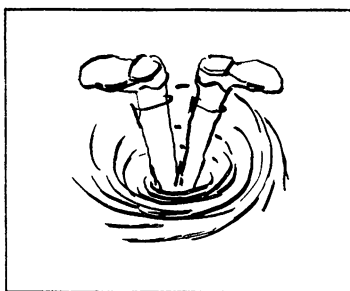
Вихри — это жилы и мускулы текущей жидкости.

Д.Кюхеманн

Рассмотрим простейшую кинематическую модель взаимодействия струи с параллельным ей вихрем.

Как известно, векторы перемещения, скорости и ускорения — важнейшие понятия кинематики. Попробуем расширить их круг

Пусть, например, движение происходит вдоль некоторой координаты l_{\parallel} . Договоримся перемещение измерять в m_{\parallel} , а скорость $v_{\parallel} = \Delta l_{\parallel} / \Delta t$ – в m_{\parallel} / c . Теперь умножим скорость на площадь поперечного сечения S_{\perp} . Размерность величины $v_{\parallel} S_{\perp}$ будет $m_{\parallel} m_{\perp}^2 / c$, или попросту m^3 / c (правда, в этой последней



записи уже потеряна информация о том, что чему параллельно или перпендикулярно). При этом мы получим очень полезную вещь – единицу измерения объемного расхода. Это может быть, скажем, расход воды в реке или в ванне. В физике такие величины называют *потоками*. В принципе можно построить поток любого вектора (механического, электрического, магнитного), но в рассмотренном конкретном случае мы получили чисто кинематическое понятие, так как в него входят только пространственно-временные характеристики движения – скорость и площадь поперечного сечения.

А что если скорость умножить на перемещение вдоль той же координаты, по которой происходит движение: $v_{\parallel} l_{\parallel}$? Получим нечто, измеряемое в m_{\parallel}^2 / c . Ничего особенного, казалось бы. Однако это новое понятие становится особенно полезным, когда движение происходит по замкнутой траектории, например по окружности радиусом r . Тогда величина (тоже кинематическая) $v_{\parallel} l_{\parallel}$, где $l_{\parallel} = 2\pi r$, приобретает собственное имя: *циркуляция скорости*.

Такие движения – их обычно называют вихревыми – часто встречаются в природе, например смерчи, торнадо, тайфуны, их можно наблюдать при сливе воды из раковины, иногда можно увидеть, как закручивается дымок выхлопной струи за автомобилем, или любоваться цветными струями дымовых шашек за крыльями самолетов на авиашоу.

Мы рассмотрим здесь простейший из вихрей, в котором величина скорости, направленной в каждой точке по касательной к окружности, обратно пропорциональна ее радиусу: $v = \Gamma / (2\pi r)$, где буква Γ и обозначает эту самую циркуляцию. Посмотрим, как в поле скоростей такого вихря деформируется какая-нибудь фигура, например первоначально (в момент времени $t = 0$) имевшая вид круга с центром в точке O и радиусом r_0 (рис. 49).

Все точки очень тонкой полоски, принадлежащей кругу и

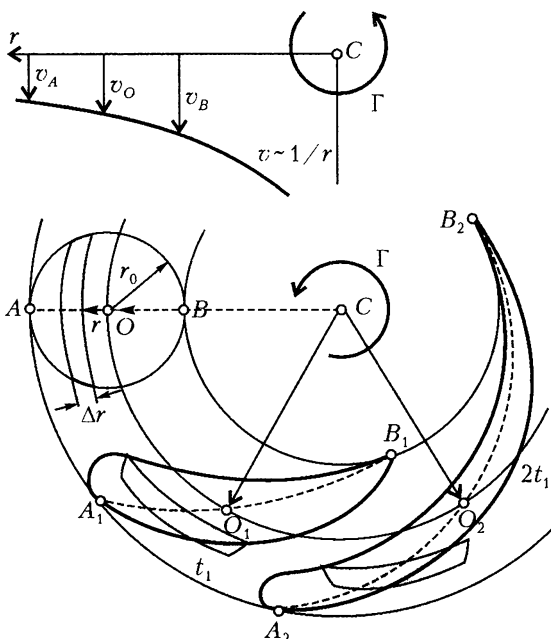


Рис. 49. Деформация окружности в поле скорости потенциального вихря

заключенной между двумя очень близко расположенными дугами с радиусами r и $r + \Delta r$ с общим центром на оси вихря C (эта полоска выделена), имеют одну и ту же скорость, так что ни длина, ни форма этой полоски со временем изменяться не будут. В моменты времени $t_1, 2t_1, \dots$, когда радиус CO повернется на угол $\phi_1, 2\phi_1, \dots$, эта полоска будет занимать положения, изображенные на рисунке тоже в виде выделенных участков.

Точки всех других дуговых полосок будут двигаться по окружностям тоже с неизменными, но другими скоростями. Например, точка B будет двигаться быстрее, а точка A — медленнее выделенной полоски: $|v_A| < |v_B|$. По кривой вверху рисунка можно узнать величину скорости каждой точки такой полоски и, поскольку угол ее поворота вокруг C пропорционален скорости, построить положения центров всех полосок в моменты времени $t_1, 2t_1, \dots$.

Диаметр AOB нашего круга теперь будет принимать вид кривых $A_1O_1B_1, A_2B_2O_2, \dots$, а окружность (которой принадлежат концы полосок) — вид некоторых замкнутых кривых, длина которых будет расти со временем.

Можно сказать и так: поскольку в поле вихря скорость каждой точки обратно пропорциональна ее расстоянию r до центра вихря C , за некоторое время каждая точка опишет дугу, длина которой тоже обратно пропорциональна этому расстоянию (модулю своего радиуса-вектора r). Но, как известно, центральный угол прямо пропорционален длине своей дуги и обратно пропорционален ее радиусу. В результате за одно и то же время радиус-вектор каждой точки повернется на угол, обратно пропорциональный квадрату ее расстояния от центра: $\varphi \sim t/r^2$.

Очевидно, что площадь, ограниченная этими замкнутыми кривыми, будет оставаться неизменной и равной πr_0^2 .

(Для собственного удовольствия вы можете перед сном рассмотреть, как поле вихря деформирует любую другую замкнутую фигуру – квадрат, треугольник, вашу фотографию.)

Что мы описали таким образом? Ну, например, этот круг можно считать начальным сечением струи двигателя самолета, попавшей в поле вихря, образовавшегося у конца крыла (см. главу «Самолет в озоне»). Тогда линия $AOBC$ на рисунке 49 идет вдоль правого крыла самолета – при виде сзади.

Конечно, тут мы не рассмотрели еще один процесс – диффузию струи, которая будет приводить к дополнительному «расплыванию» первоначально круглого сечения. И еще не рассмотрели второй вихрь, с осью C' , расположенный слева. А это попробуем сделать, учитывая, что он тоже создает поле скоростей, обратно пропорциональных по величине расстоянию до этого вихря, и используя принцип суперпозиции.

Применим этот принцип для точек, лежащих в плоскости симметрии между двумя вихрями (рис. 50). Прежде всего, если расстояние между вихрями l , то каждый вихрь будет создавать в том месте, где расположен второй вихрь, скорость $v_k = -\Gamma/(2\pi l)$ (ведь сам на себя вихрь не действует). Значит, оба вихря будут «топить» друг друга в воздухе с этой постоянной скоростью, а их ординаты будут линейно меняться со временем:

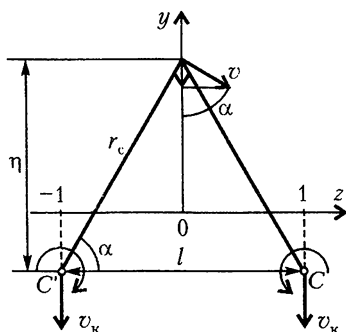


Рис. 50. Двухвихревая система

$$y_k = -|v_k|t.$$

В точках плоскости симметрии два вихря создадут суммарную скорость, направленную вертикально вниз (горизонтальные составляющие уничтожаются) и равную

$$v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = -2 \frac{\Gamma}{2\pi r_C} \cos \alpha ,$$

$$\text{где } r_C = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \eta^2} , \quad \eta = y - y_k , \quad \cos \alpha = \frac{l/2}{r_C} ,$$

или

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = -2 \frac{\Gamma l/2}{2\pi \left((l/2)^2 + (y + |v_k|t)^2 \right)} .$$

Правая часть этого уравнения зависит сразу и от y , и от t , и хотя для компьютера это не затруднение, но для нашего анализа это неудобно. Поэтому «пересядем» в систему координат, связанную с движущимися вихрями (поскольку они опускаются с постоянной скоростью, такая «пересадка» не приведет к появлению каких-либо дополнительных сложностей – обе системы инерциальны). Это равносильно вычитанию вертикальной скорости v_k , так что в новой системе вертикальная составляющая скорости $v_\eta = \Delta y / \Delta t$ будет равна

$$v_\eta = v_y - v_k = \frac{\Gamma}{2\pi l} \left(1 - \frac{l^2}{(l/2)^2 + \eta^2} \right) = |v_k| \frac{\eta^2 - 3(l/2)^2}{\eta^2 + (l/2)^2} .$$

Проанализируем дробь в правой части этого уравнения как функцию расстояния η между горизонтальной линией CC' , соединяющей центры вихрей, и рассматриваемой точкой с координатой y в плоскости симметрии. Видно, прежде всего, что эта функция симметрична относительно значения $\eta = 0$: изменение знака η не изменяет значения этой функции. В точке $\eta = 0$ дробь принимает значение $v_\eta / |v_k| = -3$. В двух точках $\pm \eta^* = \pm \sqrt{3} l/2$ она равна нулю. При всех $|\eta| < \eta_*$ дробь отрицательна, при $|\eta| > \eta_*$ – положительна, при очень больших значениях $|\eta| \gg l/2$ она стремится к единице. Соответствующая кривая изображена на рисунке 51.

Теперь качественно проанализируем изменение ординаты η со временем (рис.52). Если в начальный момент времени $t = 0$ значение η лежит внутри интервала от $-\eta_*$ до $+\eta_*$, например в точках, соответствующих D или D' , то скорость v_η при этом отрицательна и в обоих случаях ордината с течением времени будет стремиться к значению $-\eta_*$. Если при $t = 0$ окажется, что

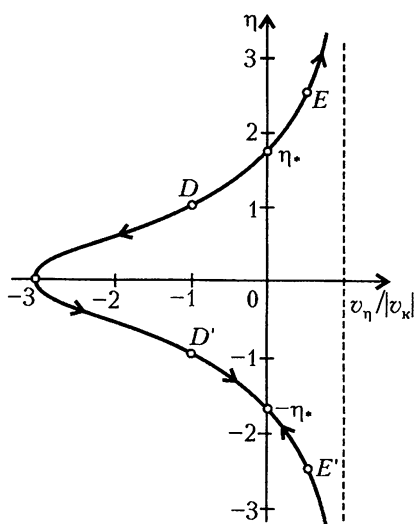


Рис. 51. Связь между координатами и скоростью вихря

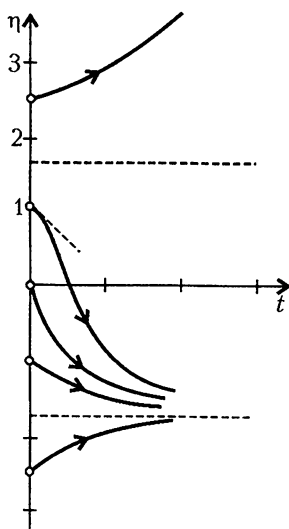


Рис. 52. Зависимость формы оси вихря от времени

$|\eta| > \eta_*$ (например, для точек E и E'), то скорости v_η будут положительными, только из E' значение координаты η стремится к $-\eta_*$, а из E — уходит от $+\eta_*$. Можно сказать, что точка $-\eta_*$ «притягивает» к себе траектории, а точка $+\eta_*$ «отталкивает», и потому положение струи здесь неустойчиво. Впрочем, оказывается, все струи в плоскости симметрии неустойчивы, но это уже другой разговор.

В порядке тренировки попробуйте перерисовать кривые, изображенные на рисунках 51 и 52, для $y(t)$, т.е. вновь перейти в систему координат, связанную с самолетом, а не с вихрями.

Итак, здесь только кинематика — как и было обещано.

ТАКОЙ ШУМНЫЙ И ТАКОЙ ВРЕДНЫЙ

*И вон уже видно вдали, как что-то пылит
и сверлит воздух.*

Н. Гоголь

Итак, сбылась тысячелетняя мечта: человек летает — дальше, выше, быстрее. Но что это: аппараты, на которых он летает, оказывается, гудят, дымят, перемалывают встречающих птиц. Их выхлопные газы содержат множество химических



соединений, часть которых способна нарушить динамическое равновесие «малых газов» атмосферы.

И вот решение тысячелетней мечты порождает тысячу новых проблем: как сделать летательный аппарат бесшумным, не портящим атмосферу, ну, совсем пайнкой: летит — и не слышно. А для некоторых прикладных задач — еще чтобы

и не видно. Казалось бы, мы и так уже затронули много разделов физики — и механику, и термодинамику, и электромагнетизм. А оказывается, нужны еще и акустика, и оптика!

Можете ли вы определить, взмахнув тонкой хворостинкой, где, как и почему рождается свист? А насколько труднее это сделать аэродинамику, точнее аэроакустику — ведь «свистеть» может каждая лопатка турбины, каждый квадратный дециметр обшивки аппарата, который как пуля (а иногда быстрее пули) рассекает воздух. Да и они ли издают звуки? Может быть, свистит сам рассекаемый воздух? А без ответа на эти вопросы невозможно определить, что нам необходимо предпринять, чтобы сделать летательный аппарат бесшумным.

Во время второй мировой войны на земле сидели специальные «слухачи» с большими раструбами, направленными в ту сторону, откуда ожидалось вражеские самолеты. Эти слухачи узнавали каждый самолет по его «голосу», могли отличить своих от чужих. В качестве легких бомбардировщиков ценились «кукурузники» По-2 — очень малозумные машины; на них летали девушки («ночные феи»), которые выходили незамеченными точно на цель. А проблема «незаметности» решалась наивно просто: сверху самолет красили в зелено-желто-коричневый цвет (сообразно с цветом аэродрома), а снизу — в голубой. Таким образом, считалось, что его не видно ни сверху, ни снизу.

А теперь? Как ни крась, при современных скоростях светится сам воздух, обтекающий аппарат. (Вспомним, как он накаляется за скачком уплотнения, который образуется, например, на его носу.) Светятся накалинные стенки сопла и струи его реактивных двигателей — это прекрасно видно во многих телепередачах.

А нельзя ли придумать что-нибудь, чтобы летательный аппарат не был «ядовитым» для окружающей среды? Чтобы его выхлоп не «отравлял» озонный слой атмосферы? Нет ли таких

топлив, которые давали бы после сгорания те же вещества, что содержатся в самой атмосфере, и, таким образом, являются для нее «родными»? Конечно, есть. Например, если сжигать в двигателе не керосин, а водород, то получится вода. Чуть-чуть больше влаги в атмосфере – не так страшно, в отличие от какой-нибудь азотной кислоты. А если не весь водород сгорит (что, конечно, жаль), то тоже не страшно: водород содержится в атмосфере, к тому же он, как самый легкий из атмосферных газов, уходит вверх и его молекулы «убегают» в мировое пространство.

Итак, самолет на водородном топливе? Правда, хранить водород надо будет в жидком состоянии, а его плотность на порядок меньше, чем у керосина. Следовательно, для хранения водорода потребуются баки большего объема, чем для керосина, но зато теплота сгорания водорода почти втрое больше. К тому же, жидкий водород такой холодный, что им в случае необходимости можно будет омыwać (изнутри, конечно) раскаленные поверхности летательного аппарата: кромки крыльев, стенки сопел – при этом и сам водород, испаряясь и нагреваясь, будет подготавливаться к сгоранию, и экологи будут довольны.

САМОЛЕТ В ОЗОНЕ

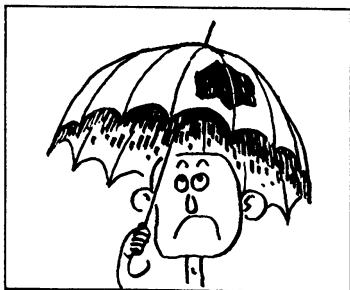
Сегодня даже угроза применения ядерного оружия кажется не столь неотвратимой, как угроза приближающейся экологической катастрофы.

Из сборника «Жизнь, смерть, бессмертие?..»

Грибы в сметане, ананасы в шампанском, килька в томатном соусе – все это где-то уже было. Но – самолет в озоне? В чем дело?

Начнем по порядку. В атмосфере, в которой мы ходим в школу, разговариваем, летаем, которой дышим и которая состоит в основном из азота и кислорода, есть еще так называемые малые газы, роль которых отнюдь не мала.

Одним из важнейших малых газов атмосферы является озон. Его химический символ O_3 , в отличие от обычного кислорода O_2 . После грозы, в хвойном лесу, во время работы домашнего озонатора этот газ лег-



ко и приятно щекочет нос (озон как раз и означает по-гречески «пахнущий»). Но важнейшая его роль состоит в том, что он не пропускает к поверхности Земли определенную часть спектра излучения Солнца, лежащую в ультрафиолетовой области и вредную для живых организмов. Тут уместно напомнить, что видимый нами свет заключен в интервале длин волн (приблизительно) от 0,35 до 0,7 мкм (микрометров) и что энергия кванта излучения прямо пропорциональна его частоте и обратно – длине волны.

Собственно говоря, сам озон и образуется в основном благодаря ультрафиолетовому излучению, но еще меньших длин волн (около 0,2 мкм), энергия квантов которого достаточна, чтобы разбить довольно прочную молекулу кислорода на два атома. Эти атомы затем «прилипают» к еще двум молекулам кислорода. Так из трех молекул O_2 образуются две молекулы O_3 . Эти последние обладают меньшей «прочностью» (энергией связи), чем молекулы кислорода, поэтому их способны разрушить кванты с несколько большей длиной волны (от 0,22 до 0,29 мкм), но тоже лежащей в ультрафиолетовой области спектра. Таким образом, кислород и озон вместе поглощают почти весь ультрафиолет Солнца, оставляя достаточно только для шоколадного загара. В популярной литературе именно озон упоминается с благодарностью как основной спаситель от чрезмерного воздействия ультрафиолета на живые организмы Земли.

Конечно, изложенный механизм образования озона является сильно упрощенным. На разных высотах идут различные процессы, и в «производстве» озона (как и в его распаде) принимают участие многие вещества. На рисунке 53 в верхней части показана система других реакций в атмосфере, тоже дающая озон (отмечен кружками).

В последней четверти прошлого века ученые, а за ними журналисты, а за ними и все человечество были встревожены «озоновой дырой» над Антарктидой. В результате приняты международные соглашения, запрещающие производство некоторых соединений, вредных для озона, например фреонов, содержащих хлор (Cl) и бурлящих в наших бытовых холодильниках и аэрозольных баллончиках (Монреальский протокол 1989 г.). Примеры реакций между веществами, содержащими хлор и «поедающими» озон, показаны на рисунке 53 внизу (пунктирным кружком отмечена погибающая молекула озона). Подчеркнем, что этот рисунок приведен не для запугивания, а в качестве картинки, имеющей отношение к делу. Для успокоения читателя сообщим, что это далеко не весь набор реакций, в

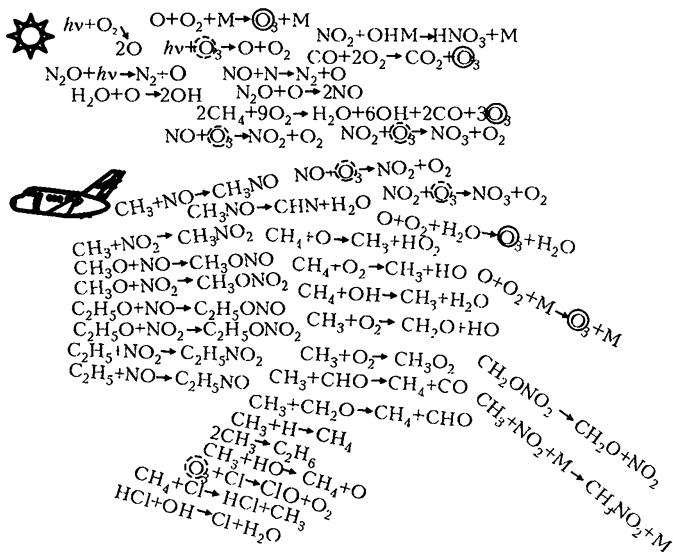


Рис. 53. Примеры газофазных химических реакций

которых разыгрываются драмы рождения и гибели молекул озона.

Напомним лишь самое необходимое для наших целей.

Прежде всего, суммарная плотность атмосферы, этой смеси многих газов, монотонно убывает с высотой. Если бы температура атмосферы была постоянна и равна T , то, как известно, плотность и давление газа с молярной массой M изменялись бы с высотой y согласно так называемой барометрической формуле Больцмана

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} = e^{-Mgy/(RT)}$$

(индекс «0» соответствует значению на уровне моря). А вот плотность озона изменяется немонотонно и достигает наибольшего значения на высоте порядка 20 – 30 км (рис.54), в зависимости от географической координаты места, времени года и суток. Разумеется, эта немонотонность почти не сказывается на высотном изменении суммарной плотности смеси атмосферных газов, так как плотность озона на много порядков меньше суммарной. Но ведь именно на этих высотах и должны будут летать самолеты ближайшего будущего. Казалось бы, пролетел – и до свидания. Вспомним древнерусскую загадку о следе лодки на воде: «Режу,

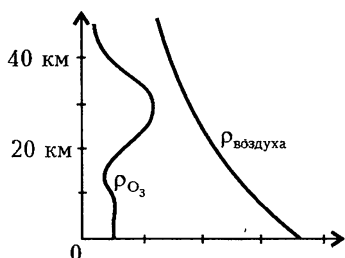


Рис. 54. Высотные зависимости концентраций воздуха и озона

режу — боли нету; еду, еду — следу нету». Однако это изречение совсем неприменимо к самолету с экологической точки зрения.

На рисунке 53 (в нижней ее части) условно изображена струя двигателя самолета и выписаны примеры реакций, происходящих в ней. Напомним, что это сделано не для устрашения читателя — даже те, кто решает эту систему

на компьютерах, не всё знают о коэффициентах этих реакций. И даже студентам Московского физико-технического института (не то что школьникам!) однажды на лекции было сказано: «Что такое химический потенциал, я вам говорить не буду, чтобы не замутить ваше чистое сознание» (из газеты МФТИ «За науку»). Так что этой картинкой можно просто полюбоваться. Главное вот в чем: самолеты будут доставлять всю эту кучу веществ, можно сказать, в самое сердце озонного слоя — как раз на те высоты, где его концентрация наибольшая. И ведь это будет самая мирная гражданская авиация: в ее самолетах будут сидеть менеджеры и коммивояжеры с наработанными консенсусами в портфелях; туристы и родственники, летящие на другие континенты; школьники по обмену и т.д. Следовательно, с этой авиацией не справится никакое разоружение.

А чтобы эта коммерческая авиация была экономически выгодной, таких самолетов должно быть не один-два, а не менее нескольких сотен. В целом авиация будет сжигать в атмосфере 50–100 миллионов тонн горючего в год, что, кроме всего прочего, приведет к образованию порядка миллиона тонн окислов азота NO , NO_2 , ... — для краткости набор окислов азота обозначают NO_x . (Оказывается, в высокотемпературных зонах авиационных двигателей «горит», т.е. окисляется, даже азот — газ, «не поддерживающий жизни», согласно буквальному смыслу по-гречески.) Часть выброшенных веществ вредна для озона, и среди них приоритетное место отводится как раз этим окислам азота — в соответствующих реакциях озон выделен пунктиром на рисунке 53). Эти реакции непосредственно приводят к «поеданию» озона. Правда, как видно из того же рисунка, есть и реакции, создающие озон, — как в самой струе, так и в атмосфере (они тоже выделены). Так что выброс дополнительных количеств окислов азота может сместить установившееся равновесие

в сторону меньшего содержания озона, и было бы очень заманчиво как-то уменьшить концентрацию NO_x . Но как?

Для этого нужно тщательно исследовать, что такое струя и след летательного аппарата.

Одинокая круглая гомобарическая струя. Зачем реактивному самолету струя? А затем, что именно она содержит направленный назад поток импульса, необходимый для получения реактивной тяги. Самолет «заглатывает» набегающий на него воздух, часть его (кислород) использует для сжигания топлива (как правило, это керосин) и всю нагретую смесь выбрасывает назад, получая при этом силу тяги. При сгорании керосина (или любого углеводорода) в присутствии азота и образуется смесь газов, между которыми идут реакции, часть которых указана на рисунке 53. Если топливом будет служить водород, то в струе, конечно, не будет радикалов, содержащих углерод (C). Но окислы азота все равно появятся и будут портить озон атмосферы.

Но сейчас давайте рассмотрим механику струи. Будем обозначать скорость струи относительно самолета буквой u ; скорость выброса струи из двигателя — u_a (индекс «a» — от немецкого Ausgang — выход), а скорость струи на большом расстоянии от самолета — u_∞ (она равна скорости атмосферы относительно самолета, т.е. просто скорости самого самолета). Ворвавшись в атмосферу со скоростью, равной по модулю $|u_a - u_\infty|$, струя вскоре будет двигаться относительно атмосферы с небольшой (и все уменьшающейся) скоростью $|u - u_\infty| \ll u_a, u_\infty$. При этом ее движении к газу струи будут подмешиваться все новые порции атмосферного воздуха. В этой новой смеси концентрация первоначальных газов будет плавно спадать от оси струи к периферии (рис. 55, кривая $\alpha(r)$). Приблизительно так же будет спадать в радиальном направлении и скорость $u(r) - u_\infty$, так что слои струи, движущиеся на разном расстоянии от оси, будут «тереться» друг о друга. Причем более удаленные от оси слои будут тормозить более близкие. Грамотный студент уже мог бы сказать это короче: происходит радиальный перенос осевой составляющей импульса (см. также главу «Его преПодобие физический эксперимент...»). И он непременно ввел бы коэффициент вязкости, а для описания переноса массы — коэффициент диффузии, а для переноса тепла — коэффициент теплопроводности. На то он и грамотный. Но мы попытаемся описать эти явления проще.

Перенос всех указанных характеристик, в том числе и движение частиц струи в радиальном направлении от оси, описывается в терминах случайных блужданий. Этот класс движений хорошо

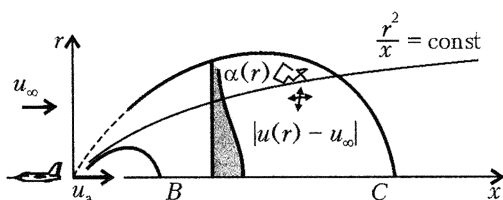


Рис. 55. Структура конденсирующей струи двигателя самолета

рассмотрен, например, в курсе физики Р.Фейнмана на примере известной задачи о пьяном матросе, который на каждом перекрестке незнакомого города выбирает наобум, равновероятно, одно из четырех направлений (вправо, влево, вперед, назад). Напомним вкратце суть явления. Частица, попав в какую-либо точку (см. рис. 55), после взаимодействия там с другой частицей может двигаться равновероятно в любую сторону. Но, пройдя характерное расстояние l , она должна встретиться с очередной частицей и еще раз случайным образом изменить направление движения.

Можно показать, что каждый шаг увеличивает квадрат расстояния в среднем на l^2 . Пусть некоторой точке соответствует N уже пройденных шагов и радиус-вектор \vec{r}_N . В эту точку частица попала откуда-то из предыдущей точки $\vec{r}_{N-1} = \vec{r}_N - \vec{l}$ (обратим внимание, что эта запись говорит о том, что векторы \vec{r}_{N-1} и \vec{l} не обязательно параллельны). Возведем в квадрат:

$$r_N^2 = (\vec{r}_{N-1} + \vec{l})^2 = r_{N-1}^2 + l^2 + 2\vec{r}_{N-1} \cdot \vec{l}.$$

Для одной выделенной частицы ее движение будет, конечно, строго детерминированным — это ее собственная история, и ее траектория будет какой-то ломаной линией. Но поскольку нас интересует среднее значение координат громадного множества частиц, мы сложим эти квадраты смещений и разделим на это множество. Так получим среднее значение. При этом окажется, что в последнем слагаемом будут одинаково часто встречаться смещения \vec{l} как вдоль вектора \vec{r}_{N-1} , так и в противоположном направлении. При осреднении по великому множеству частиц окажется, что

$$\langle r_N^2 \rangle = \langle r_{N-1}^2 \rangle + l^2 + 0.$$

Тогда, начиная с $N = 1$, можно по индукции получить

$$\langle r_N^2 \rangle = Nl^2,$$

т.е. средний квадрат смещения частицы при случайном блужда-

нии пропорционален N (значит, среднеквадратичное смещение $\sqrt{\langle r_N^2 \rangle}$ пропорционально \sqrt{N} , а не N , как было бы при прямом движении).

Если скорость частиц между столкновениями равна v , то время, требуемое для одного шага, равно $\tau = l/v$, и, следовательно, число шагов за время t равно $N = t/\tau$. Окончательно получим (обозначив теперь r_N просто r)

$$\langle r^2 \rangle = tlv.$$

Величину D , пропорциональную произведению lv , называют коэффициентом диффузии. Точный результат для нашего случая выглядит так:

$$\langle r^2 \rangle = 4Dt.$$

Обозначим концентрацию каких-либо частиц в струе через n — например, это могут быть частицы сажи. Если ее умножить на скорость полета, получим плотность потока этих частиц в системе координат, связанной с самолетом: nu_∞ (здесь мы считаем, что скорость движения струи относительно атмосферы уже пренебрежимо мала по сравнению с u_∞). Теперь умножим обе части последнего равенства на эту плотность потока да еще на число π . Получим

$$\pi \langle r^2 \rangle nu_\infty = 4\pi Du_\infty tn.$$

Но левая часть этого нового равенства — полный поток всех частиц через круг площадью $\pi \langle r^2 \rangle$. И если частицы не слипаются друг с другом, не дробятся, т.е. их полное количество никак не изменяется, то левая часть постоянна. А в правой части имеем $u_\infty t = x$ — расстояние от самолета. Следовательно,

$$n \sim \frac{1}{x}.$$

Итак, мы почти знаем «устройство» струи в системе координат, связанной с самолетом. Частицы струи диффундируют в радиальном направлении и уносятся назад от самолета с почти постоянной скоростью $u_\infty = x/t$. Таким образом, они в среднем движутся по параболам $x \sim r^2$. Из-за этого концентрация на оси падает гиперболически.

Кто понимает в этом деле, сразу сообразит, что зависимость концентрации от обеих координат можно записать в виде

$$n(x, r) \sim \frac{1}{x/u_\infty} e^{-r^2/(4Dx/u_\infty)}$$

(напомним, что x/u_∞ есть время t). И точно так же будут изменяться теплосодержание и импульс:

$$\frac{n(x, r)}{n_a} = C(x, r) = \frac{T(x, r) - T_\infty}{T_a - T_\infty} \approx \frac{u(x, r) - u_\infty}{u_a - u_\infty}.$$

Но эти две последние строчки формул не очень-то и понадобятся нам в дальнейшем. Разве только вот из них можно получить уравнение линий, на которых все указанные безразмерные параметры принимают постоянное значение, например $10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$ и т.д., т.е. линий, на которых струя «разбавлена» атмосферным воздухом до концентрации в одну десятую, сотую, тысячную и т.д. от первоначальной. Эти линии имеют характерный вид, показанный на рисунке 55.

Капли за кормой. Теперь определим условия, при которых в струе может начаться конденсация паров воды. Очевидно, струя должна прежде всего достаточно охладиться. Но этого мало для того, чтобы началась конденсация. Нужно еще, чтобы паров при этом было не слишком мало – чтобы образовался пересыщенный пар, – тогда только «выпадет роса». Точнее говоря, давление паров воды в некоторой точке струи p_v должно быть не меньше, чем давление насыщенных паров p_s (индекс « v » – от английского vapour – пар, а « s » – от английского saturated – насыщенный).

Как изменяется в пространстве p_v , мы уже знаем из вышесказанного. А как изменяется p_s ? Тут уместно обратиться к формуле Больцмана. Ведь там в показателе экспоненты стоит отношение двух энергий: потенциальной энергии молекулы (или одного моля – M) на высоте y над поверхностью моря к ее характерной тепловой энергии kT при температуре T (или RT для моля): $mgy/(kT) = Mgy/(RT)$. Оказывается, эта формула есть частный случай более общего утверждения Больцмана: если система, содержащая множество одинаковых частиц, находится в термодинамическом равновесии и если при этом молекулы могут обладать какими-то уровнями энергии, например E_1 и E_2 , то отношение числа молекул на этих уровнях должно равняться

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{e^{-E_2/(kT)}}{e^{-E_1/(kT)}} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}.$$

Но что такое испарение как не процесс «вытаскивания» молекулы из жидкости в газ? Известно понятие удельной теплоты испарения L – энергии, которую нужно затратить на то, чтобы «вытащить» из жидкости один килограмм пара (или в расчете на один моль – ML). Этой энергией можно characterизо-

вать глубину той потенциальной ямы, на дне которой находятся молекулы жидкости и из которой их нужно «достать» и превратить таким образом в газ. Следовательно, согласно Больцману, можно записать отношение плотностей насыщенного пара и жидкости в виде $\rho_s/\rho_{ж} \sim e^{-L/(RT)}$ или для давления –

$$p_s \sim e^{-L/(RT)}.$$

Заметим, что эта зависимость от температуры (экспоненциальная!) гораздо более резкая, чем гиперболическое уменьшение параметров струи вдоль ее оси ($\sim 1/x$).

Нарисуем теперь изменение вдоль оси струи давления паров воды p_v и давления их насыщения p_s . Можно будет увидеть несколько ситуаций (рис.56). Кривая 0 – паров всюду в струе меньше, чем нужно для насыщения. Кривая 1 – только в одной точке А достигается условие росы, и капли испаряются, так и не начав расти. Кривая 2 пересекает кривую насыщения в двух точках – В и С; между этими точками давление пара больше, чем это нужно для насыщения; значит, между этими точками возможно образование капель. Но, начав расти в точке В, они за точкой С могут исчезнуть, если давление паров воды в струе станет меньше давления насыщения за счет того, что капли диффундируют из струи в «сухую» атмосферу. Кривая 3 – в самой атмосфере есть достаточное количество паров, близких к насыщению: $p_{v\infty} \approx p_s(T_\infty)$, но они не конденсируются, например, потому, что нет посторонних частиц – «затравочных» центров. А струя как раз содержит такие частицы, и пар, начав конденсироваться на них в точке В, уже не будет испаряться, так что капли не только не будут исчезать, но, может быть, даже продолжат свой рост за счет пара атмосферы, если $p_{v\infty} > p_s(T_\infty)$.

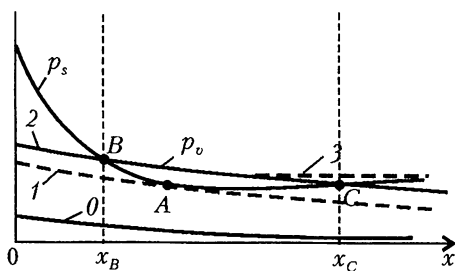


Рис. 56. Осевая зависимость давления паров воды в струе

Рассмотрим случай, когда весь водяной пар, образовавшийся в двигателе, сконденсировался в виде капель. Известно, что из сопла в струю выбрасывается множество мелких частиц сажи – несгоревшего углерода. Согласно измерениям, их плотность на срезе сопла изменяется от 10^{13} до 10^{17} $1/м^3$. А когда есть

посторонние частицы, пар конденсируется именно на них, не дожидаясь, пока будет достигнуто значительное пересыщение (и, значит, переохлаждение). Вспомним, что в ожидании ночных заморозков по этой причине в полях и садах жгли костры: пар конденсировался на частицах дыма, в атмосферу выбрасывалось фазовое тепло, оно-то и не давало замерзнуть растениям.

Итак, на каждой частичке сажи сконденсируется «своя порция» водяного пара. Отсюда легко получить характерный размер водяной капли:

$$\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{ж}} a^3 n_a = \rho_v^a, \quad a = \sqrt[3]{\frac{3 \rho_v^a}{4 \pi n_a \rho_{\text{ж}}}}.$$

Тут мы пренебрегли собственным объемом самой частички сажи, считая это ядро конденсации очень маленьким.

Теперь сделаем численные оценки. Пусть на той высоте, где летит самолет, давление и плотность атмосферы на порядок меньше их значений на уровне моря (при желании можно воспользоваться формулой Больцмана). Допустим, что температура газов на срезе сопла вдвое больше, чем в окружающей атмосфере; значит, плотность струи вдвое меньше: $\rho_a = \frac{\rho_{\infty}}{3} = \frac{\rho_0}{30}$ (мы здесь еще предположили, что давление в струе в точности равно окружающему – тогда струя не разбрызгивается в стороны и не сжимается к оси, как называемый расчетный режим). Но водяной пар, конечно, составляет некую часть в смеси газов струи (ведь там и азот атмосферы, который почти не горит, и углекислый газ, и многое другое; опять же см. рис.53). Пусть концентрация пара составляет 5% = 1/20, поэтому

$$\rho_v^a = \frac{\rho_a}{20} = \frac{\rho_0}{600} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3.$$

и пусть плотность частиц сажи – ядер конденсации – $n_a \sim 10^{13} \text{ м}^{-3}$. Тогда для размера капли получим

$$a = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{4 \pi \cdot 10^{13} \cdot 10^3}} \text{ м} \approx 0,5 \text{ мкм}.$$

За самолетом часто видны белые следы, состоящие из этих капелек и тянущиеся иногда на сотни километров.

Но при чем здесь озон?

Хемосорбция окислов азота. А при том, что капли могут поглощать окислы азота, превращаясь в раствор азотной кислоты. Процесс объемного поглощения называется абсорбцией (от греческого *sorbeo* – поглощаю), а когда он сопровождается

химической реакцией, то – хемосорбцией. Если закрыть глаза на все другие вещества в струе, то хемосорбцию окислов азота можно условно изобразить рисунком 57. Именно такие процессы и происходят в установках химической промышленности, производящих азотную кислоту.

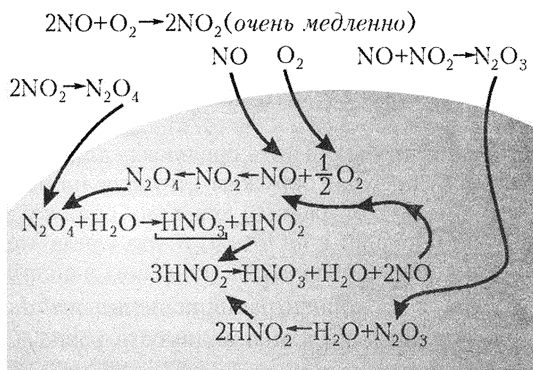


Рис. 57. Химические реакции внутри капли воды

Разумеется, струя с каплями во многом не похожа на промышленную колонку для производства азотной кислоты. Во-первых, в наземной установке практически не ограничено количество проточной воды, непрерывно хемосорбирующей окислы азота. Во-вторых, там давление окислов азота на порядки больше, чем в струе, что ускоряет процесс растворения (правда, в стратосфере температура ниже – $T_{\min} \approx 217 \text{ K}$ – что, напротив, способствует растворению). Легко оценить сверху концентрацию азотной кислоты в каплях струи. Поскольку на срезе сопла концентрация газообразных окислов азота раз в сто меньше, чем воды, то и концентрация азотной кислоты не будет превышать величину порядка процента. В-третьих, есть же и другие вещества, помимо окислов азота. Так что в капле вообще могут происходить все те реакции, что и в газе (см. рис.53), но, конечно, с другими скоростями. И нужно бы учесть все эти реакции, чтобы дать ответ – сорбция веществ струи каплями воды будет увеличивать или уменьшать содержание озона в атмосфере.

Однако тут важно то, что благодаря каплям появилась надежда куда-то упрятать вредные газы струи. А дальше что? Дальше эти капли могут укрупняться за счет столкновений друг с другом и слияния, могут замерзнуть и, отяжелев и падая, транспортировать эти окислы в нижние слои атмосферы, где, испарившись, вернуть их снова в воздух. А, как известно, их

добавка в нижних слоях может даже увеличить содержание озона — как это происходит в знаменитых лондонских смогах.

Но! — воскликнет вдумчивый читатель и будет совершенно прав, — ведь что-то не видно, чтобы белый хвост за самолетом опускался со своими каплями. Да, правда не видно. Но само по себе это не доказывает, что капли исчезли: можно предположить, что при укрупнении капель хвост становится прозрачным. Вспомним: туман из мелких капель непрозрачен, а дождь, при котором воды в единице объема воздуха гораздо больше, позволяет видеть далеко.

Действительно, чтобы оценить среднюю «длину видимости» вдоль какого-нибудь луча, окружим этот луч цилиндрической поверхностью с радиусом, равным среднему радиусу капель \hat{a} . Если центр капли попадет в цилиндр, то эта капля «перекроет» луч. На длине d количество центров, попавших в цилиндр, равно $\hat{N} = n\pi\hat{a}^2 d$, где n — концентрация капель, $\pi\hat{a}^2 d$ — объем цилиндра. Значит, средняя длина видимости равна

$$\hat{l} = \frac{d}{N} = \frac{1}{\pi\hat{a}^2 n} = \frac{1}{\pi\hat{a}^2 \rho_v / m} = \frac{\frac{4}{3}\pi\hat{a}^3 \rho_{\text{ж}}}{\pi\hat{a}^2 \rho_v} \approx \hat{a} \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_v},$$

где $\rho_{\text{ж}}$ — плотность воды.

Таким образом, чем крупнее капли (чем больше их радиус) при фиксированной плотности водяного пара ρ_v , тем прозрачнее облако.

Но, кроме того, струя за самолетом не бывает строго круглой со строго горизонтальной осью. Чтобы исследовать более подробно дальнейшую возможную судьбу капли с захваченными ею окислами азота, нужно сделать еще шаг вперед и рассмотреть, как крылатый летательный аппарат возмущает атмосферу.

Свободные вихри и теплые струи. Начнем с мухи. Давно известна такая школьная задача: на весах стоит закрытая непрозрачная коробочка, на дне которой сидит муха — это ее состояние номер один. Запишем вес коробочки с мухой. Второе состояние: муха летает (висит неподвижно в воздухе) где-то внутри коробочки, не касаясь стенок. Можно ли отличить эти два состояния по показанию весов? Ответ: нельзя — весы покажут то же самое. Потому что, раз уж муха держится в воздухе коробочки, она создает поток импульса — силу, направленную вниз и в точности равную ее весу. Но коль скоро она отбрасывает воздух вниз, то он должен возвращаться к ней сверху. Возникает циркуляция воздуха в коробке, которая качественно

изображена на рисунке 58,а круговыми линиями. Это очень похоже и на картину течения воздуха вокруг вертолета в режиме висения.

Пусть теперь муха или вертолет не просто висят в воздухе, а движутся вперед с постоянной скоростью V . Тогда в системе координат, связанной с их центром масс, воздух сдувается назад со скоростью $u_\infty = -V$. Порисовав картинку линий тока, можно понять, что в плоскости, перпендикулярной направлению движения, возникнут два вихря с почти параллельными осями (на рисунке 58,а, чтобы не загромождать картинку, изображен один из вихрей — правый с точки зрения мухи).

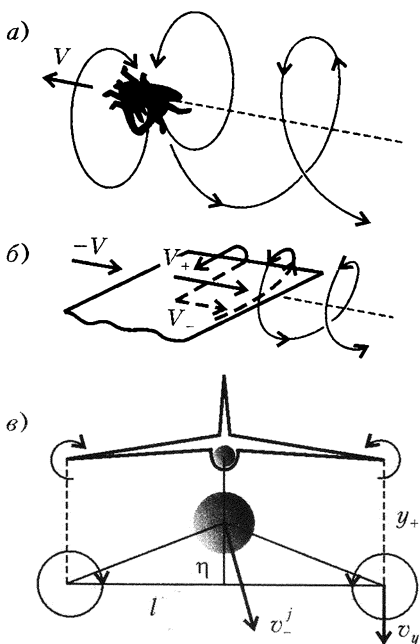


Рис. 58. Схема образования спутных вихрей

Самолет вызывает в атмосфере почти такое же течение воздуха, как движущаяся муха или вертолет, только у него разделены функции: крыло создает подъемную силу, а тягу создает, в отличие от мухи, не крыло, а движитель (винт или реактивная струя).

Возникновение вихря воздуха у конца крыла можно качественно пояснить еще так. Раз уж воздух, обтекающий крыло, создал подъемную силу, значит, его давление на нижнюю поверхность крыла больше, чем на верхнюю: $p_- > p_+$. Тогда, согласно уравнению Бернулли, скорость воздуха сверху больше, чем внизу: $V_+ > V_-$ (рис.58,б). А на самом конце крыла, кроме того, из-за указанного различия давлений воздух стремится перетечь снизу вверх. Если мы проследим за траекторией какой-либо частицы воздуха, то и получим спираль, сбегающую с конца крыла, — так называемый концевой, или присоединенный вихрь. На рисунке 58,в изображен вид сзади всего самолета и двух концевых вихрей (см. также рис.33). Таким образом, возникновение этих двух вихрей неразрывно связано с созданием подъемной силы движущимся крылом. (Конечно,

это объяснение вполне подходит для дозвукового обтекания крыла, но для наших целей и этого достаточно.)

Мощность вихря характеризуется его циркуляцией $\Gamma = 2\pi r w$, где w – окружная скорость. Считая, что при расширении вихря его мощность Γ остается постоянной, получим, что окружная скорость падает обратно пропорционально расстоянию от оси:

$$w = \frac{\Gamma}{2\pi r}.$$

Вы сами можете «сделать» такой вихрь, открыв сливное отверстие ванны, и, подсыпая понемножку зубного порошка в разные его участки, убедиться в правильности этой формулы.

Итак, каждый из вихрей порождает в пространстве вихревое поле скоростей, в которое попадает и другой вихрь, и струя (см. рис.58,б). Например, правый вихрь (самолет летит от нас) находится в том месте, где скорость, индуцированная левым вихрем, равна $v_y = -\Gamma/(2\pi l)$ и направлена строго вниз (о чем говорит знак «минус»). В результате ось вихря опускается вниз с постоянной скоростью, а уравнение оси будет таким:

$$y_+ = v_y t = v_y \frac{x}{u_\infty} = -\frac{\Gamma}{2\pi l u_\infty} x.$$

Конечно, точно так же и левый вихрь, находясь в поле скоростей правого, будет описываться той же падающей прямой. Так как оси обоих вихрей находятся на одинаковой высоте, то нет горизонтальных составляющих скоростей и расстояние между ними сохраняется равным l .

Пусть в рассматриваемом сечении ось струи находится на расстоянии $\eta = y_j - y_{+,-}$ от горизонтальной линии, соединяющей вихри (см. рис.58,б). Тогда скорость, индуцированная левым вихрем в этой точке, равна по модулю

$$v_-^j = \frac{\Gamma}{2\pi \sqrt{(l/2)^2 + \eta^2}},$$

а ее вертикальная проекция составляет

$$v_{\downarrow}^j = -v_-^j \cos \alpha = -v_-^j \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + \eta^2}}.$$

От обоих вихрей она вдвое больше. Таким образом, ось струи находится в поле скоростей с вертикальной составляющей

$$v_{\downarrow}^j = -\frac{\Gamma l}{2\pi \left((l/2)^2 + \eta^2 \right)}.$$

Значит, если струю считать безвольной гибкой веревкой, то ось струи будет опускаться за самолетом, и, учитывая, что $v_{\downarrow}^j = \frac{dy^j}{dx} u_\infty$, можно

найти интегрированием ее форму $y^j(x)$. Но и без этого интегрирования можно усмотреть одно интересное обстоятельство. Существует такое значение $\eta_* = \sqrt{3}l/2$, при котором вертикальные скорости воздуха на осях вихрей и на оси струи одинаковы ($v_y = v_z^j$). Это значит, что по достижении ординаты $\pm\eta_*$ вихри и струя остаются параллельными (рис.59, пунктир для знака «+»).

Но есть еще одна сила, действующая на струю и направленная вверх, — сила Архимеда. Струя теплее окружающей атмосферы и напоминает дирижабль, наполненный газом (воздухом) немного меньшей плотности (ведь, согласно закону Менделеева — Клапейрона, $\rho \sim 1/T$ при постоянном давлении). Для оценки скорости всплывания заменим непрерывное колоколообразное распределение температуры и плотности по радиусу струи ступенчатым, при котором их значения внутри цилиндра некоторого радиуса r_e будем считать постоянными и равными значениям на оси T_m , ρ_m , а вне этого цилиндра — значениям в невозмущенной атмосфере T_∞ , ρ_∞ (см. рис.59). Таким образом, будем считать,

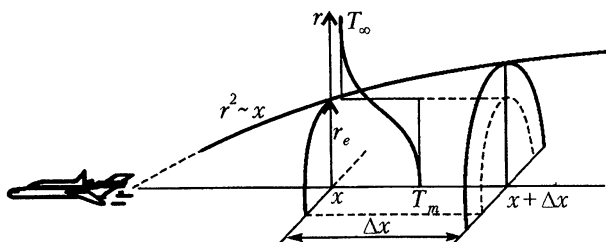


Рис. 59. Распределение температуры в осесимметричной струе

что кусок струи длиной Δx помещен в легкий целлофановый цилиндрический пакет с теплонепроницаемыми стенками и этот пакет (дирижабль или монгольфьер) испытывает в холодной атмосфере выталкивающую вверх силу Архимеда

$$\Delta F_A = (\rho_\infty - \rho_m) g \pi r_e^2 \Delta x.$$

Здесь $\pi r_e^2 \Delta x$ — объем выделенного участка струи длиной Δx , на которой струю можно считать приблизительно цилиндрической — хотя мы-то уже знаем, что она расширяется. Но, поскольку $\rho_\infty = p_\infty M / (RT_\infty)$, $\rho_m = p_\infty M / (RT_m)$, получим

$$\Delta F_A = \rho_\infty g \pi r_e^2 \Delta x \frac{T_m - T_\infty}{T_m}.$$

Таким образом, сила Архимеда пропорциональна квадрату радиуса сечения струи и разности температур струи и атмосферы.

Пусть эта сила привела к движению струи вверх с постоянной скоростью v_{\uparrow} . Тогда возникнет уравновешивающая сила аэродинамического сопротивления, которая, как уже много раз говорилось, пропорциональна плотности обтекающего воздуха, квадрату скорости и площади сечения $S_{\perp} = \Delta x \cdot 2r_e$, перпендикулярного вектору \vec{v}_{\uparrow} :

$$\Delta F_a = \rho_{\infty} v_{\uparrow}^2 S_{\perp} = \rho_{\infty} v_{\uparrow}^2 \cdot 2r_e \Delta x.$$

Из равенства сил ΔF_A и ΔF_a , учитывая, что $T_m(x) \sim 1/x$ и $r_e \sim \sqrt{x}$, получим

$$v_{\uparrow}^2 \sim \frac{1}{r_e} \sim \frac{1}{\sqrt{x}}, \text{ откуда } v_{\uparrow} \sim x^{-1/4}.$$

Если из-за этой силы плавучести струя «вырвется» из-под влияния вихрей (скорость, индуцированная вихрями, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния), то ее движение будет определяться в основном силой Архимеда. Можно записать

$$\frac{dy^j}{dx} = \frac{v_{\uparrow}}{u_{\infty}} \sim \frac{x^{-1/4}}{u_{\infty}},$$

откуда после несложного интегрирования получим $y^j \sim x^{3/4}$. В результате ось струи будет иметь вид кривой, качественно изображенной на рисунке 60 сплошной линией.

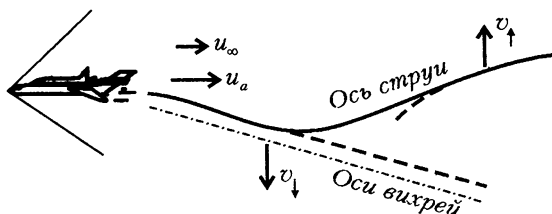


Рис. 60. Взаимное расположение спутных вихрей и струй двигателя

Теперь пора оглянуться на все, что мы тут натворили, и, как говорят в приличном обществе, «извиниться» за все, чего мы не учли. Во-первых, сама вихревая нить, как и струя, будет ведь тоже «расплываться» из-за трения друг о друга слоев, вращающихся с разными окружными скоростями вокруг оси, значит, вихрь будет диффундировать в радиальном направлении и радиальная зависимость его окружной скорости станет сложнее. Во-вторых, поле скоростей вихря будет влиять не только на оси струй, но и на их периферию, поскольку струя ведь не

есть линия, она имеет характерный поперечный размер, и разные элементы струи будут по-разному «сдуваться» вихрем относительно оси струи. В-третьих, струя после торможения в атмосфере вообще может начать распадаться на отдельные участки, которые будут всплывать вверх отдельными комками, а не в виде цилиндра. И многое другое мы не учли из того, что может влиять на эволюцию отдельной капли, на возможность слияния капель друг с другом, на скорость осаждения всего капельного следа вместе с захваченными им окислами азота. Но это смогут учесть наши читатели, когда станут большими и грамотными.

Выводы. Итак, вредны ли будущие стратосферные авиалайнеры для озона Земли? Да, но ведь вредно почти все, что делает Человечество, начиная с его дыхания. Мы дышим — получается углекислый газ, а растениям приходится его поглощать, возвращая кислород в атмосферу, — вот вам и равновесие. Следовательно, важно сравнить ожидаемый вред с тем, что творится в Природе. Известно, что до сих пор извержения вулканов, выбросы промышленных предприятий и наземного транспорта вносят в атмосферу существенно больше окислов азота, чем вся мировая авиация. И в будущем, когда парк коммерческих самолетов станет сравнимым с природными источниками по скорости производства вредных примесей, все равно трудно будет выяснить измерениями, кто именно портит воздух. Поэтому и теперь и впредь важным средством определения вклада авиации в эту проблему будут служить теоретические оценки, основанные на физико-химико-математических моделях процесса. Вроде тех, которые проиллюстрированы в этой главе.

Может быть, дальнейшие исследования покажут, что вся эта проблема озона не столь трагична, как это представили нервные журналисты, убоявшись «озоновой дыры» над Антарктидой. Часть ученых считает, что и проблемы-то нет: солнечное излучение, говорят они, поглощается всей атмосферой, а не только озоном. А народные приметы прямо свидетельствуют о пользе слабого раствора азотной кислоты для урожая — конечно, в других терминах: если весной или в начале лета пройдут грозовые дожди, то урожай будет хороший. Тут дело в том, что, хотя атмосфера состоит в основном из азота, ни одно растение усваивать его из воздуха не способно, а может усваивать лишь из соединений с другими элементами. Грозовой дождь и создает такие условия — при разрядах молнии азот воздуха образует химические соединения, которые, растворяясь в каплях дождя,

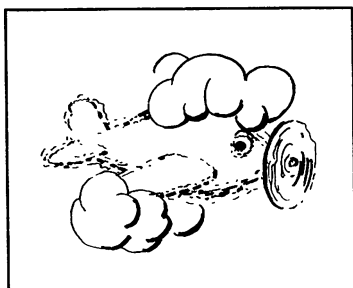
превращаются в азотную кислоту слабой концентрации, а она реагирует с природными минералами и высвобождает питательные вещества, в частности фосфор и калий, необходимые для бурного роста растений. Но ведь все это чем-то похоже на события, происходящие в струе самолета. Так что не исключено в третьем тысячелетии появление новой народной поговорки: «Пролетел по весне над огородом гиперзвуковой лайнер – жди по осени большой тыквы».

САМОЛЕТ В ОБЛАКЕ: МЕТАСТАБИЛЬНЫЕ КАПЛИ И ОБЛЕДЕНЕНИЕ

Шел 1721 год. Даниэль Габриэль Фаренгейт наполнил водой стеклянный шар (около дюйма в диаметре) с выводной трубкой (в 2–3 дюйма длиной), затем вскипятил воду, быстро запаял выводную трубку и выставил шар на ночь на пятнадцатиградусный мороз. Утром следующего дня он обнаружил воду в шаре... в жидком состоянии! Но как только он отломил запаянный конец выводной трубки, чтобы вылить воду, вода очень быстро замерзла. Сначала экспериментатор приписал это явление действию проникшего воздуха, но позднее заметил, что замерзание воды происходит от сотрясения, например при встряхивании запаянного шара.

Описанное состояние переохлажденной жидкости было названо *метастабильным*. Это означает, что при выполнении определенных условий оно относительно устойчиво (стабильно). Если же эти условия нарушены, переохлажденная жидкость отвердевает, т.е. переходит в более устойчивое состояние (аналогично тому, как конденсируется пересыщенный пар) – конечно, с выделением теплоты фазового превращения.

В облаках капли воды остаются в жидком состоянии при температуре -40°C в течение часов и даже суток. (А в лабораторных условиях удастся получить жидкую воду, охлажденную ниже -70°C .) И когда самолеты стали летать все выше и выше и попадать в переохлажденные облака, пилоты столкнулись с новым грозным явлением – обледенением летательного аппарата. Вот, напри-



мер, что происходило во время исторического перелета В.Чкалова, Г.Байдукова и А.Белякова через Северный полюс в США (июнь 1937 г.):

«Первый контакт со стихией начинается над Кольским полуостровом... Появляются первые признаки обледенения: стекла пилотской кабины становятся матовыми. Начинается тряска. Белая облачная муть... не видны концы крыльев. Обледенение усиливается. Оно охватывает винт... Второй циклон встречает экипаж через несколько часов в Баренцевом море. Облака встают перед самолетом стеной... Все еще тяжело загруженный горючим «СССР NO-25» буквально заползал на новые метры высоты, обрастая ледяной коркой и готовый в любую минуту свалиться в пропасть».

К счастью, этот перелет кончился триумфом. Многим другим экипажам повезло меньше.

Попробуем разобраться в описанном явлении с физической точки зрения. Прежде всего, выясним, почему капли воды в облаках остаются жидкими, несмотря на охлаждение ниже точки замерзания. Ведь все знают, что вода в бутылке или ведре, выставленная на мороз, превращается в лед. Оказывается, дело в том, что для замерзания недостаточно переохлаждения. Нужны еще ядра кристаллизации (точно так же, как для конденсации пересыщенного пара нужны ядра конденсации). Этими ядрами могут быть и молекулы самой воды, которые выстроились в определенном порядке, – но это процесс случайный и тем менее вероятный, чем меньше переохлаждение. А вот если есть мельчайшие частицы какой-либо примеси (нанопылинки, нанокристаллики солей и т.п.), то на них начинается рост кристалла воды и при малом переохлаждении. Но появление пылинки в капле тоже тем менее вероятно, чем мельче капля. Действительно, если, например, в пироге содержится k изюминок и вы разрезали пирог на k частей, то средняя вероятность встретить изюминку в наугад выбранном куске равна единице. А если разрезать пирог на $1000k$ кусков, то возможность изюминке попасть в данный кусок – уже одна тысячная. А если на миллион, на миллиард..?

Поскольку капли воды в облаках имеют размеры порядка одного – десяти микрометров, то на всех просто не хватает посторонних (гетерогенных) ядер конденсации. Вот капли и висят в облаках, будучи переохлажденными гораздо ниже $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Но если ударит гром (звуковая волна) или пролетит самолет, с поверхностью которого они столкнутся, тут встряска заставит их вспомнить, что уже давно пора кристаллизоваться. Нет, не

напрасно Фаренгейт кипятил воду перед замораживанием — он удалял гетерогенные ядра конденсации. (Кстати, это тот самый Фаренгейт, который предложил известную температурную шкалу. Ею до сих пор пользуются в англоязычных странах.)

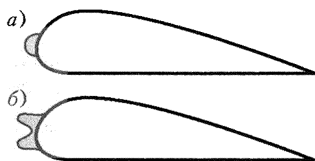


Рис. 61. Лед на поверхности крыла

И тут мы подошли вплотную к описанию обледенения крыла самолета. Эксперименты и расчеты показывают, что наледь имеет две характерные формы (рис.61). Дело не только в том, что при этом летательный аппарат просто тяже-

леет, — главное в том, что портится профиль крыла, этого важнейшего элемента летательного аппарата, заботливо рассчитанного теоретиками и испытанного экспериментаторами в аэродинамических трубах. Наличие посторонних «нашлепок» может привести к срыву потока воздуха уже вблизи передней кромки крыла и резкому уменьшению его подъемной силы. Вот почему наш доблестный экипаж боялся «свалиться в пропасть».

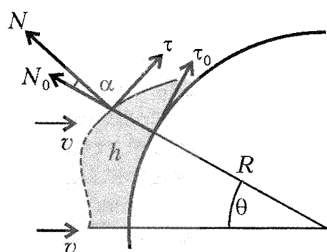


Рис. 62. Система координат для слоя льда на поверхности цилиндра

Представим себе переднюю кромку крыла в виде цилиндрической поверхности, на которую уже намерз слой толщиной h (рис.62). Вообще говоря, толщина слоя зависит от координаты θ точки на поверхности цилиндра. Более того, и угол наклона α внешней поверхности ледяного слоя по отношению к поверхности цилиндра тоже может быть раз-

ным. Поэтому векторы нормали \vec{N} и касательной $\vec{\tau}$ к этой внешней поверхности не совпадают с соответствующими векторами \vec{N}_0 и $\vec{\tau}_0$ при отсутствии обледенения, а повернуты на угол α .

Будем предполагать, с одной стороны, что капли достаточно крупные, так что можно пренебречь искривлением их траекторий при подлете к нашему цилиндру. Следовательно, угол их падения на внешнюю поверхность слоя льда равен $\theta + \alpha$, а нормальная составляющая скорости удара равна $v \cos(\theta + \alpha)$. Далее, если в невозмущенной атмосфере концентрация микрокапель равна n , а масса каждой капли m , то поток массы капель на единицу поверхности слоя льда равен $nmv \cos(\theta + \alpha)$. Обозначим $nm = \rho_\infty$,

где ρ_∞ – это объемная массовая плотность микрокапель, или, как говорят метеорологи, водность атмосферы.

С другой стороны, будем считать капли достаточно малыми, так что при ударе о твердую поверхность они не дробятся, а мгновенно примерзают к ней.

Итак, за время Δt на единицу поверхности выпадет масса $\rho_\infty v \cos(\theta + \alpha) \cdot \Delta t$, которая превратится в слой льда толщиной Δh с плотностью ρ_λ . Отсюда получим, что скорость роста толщины слоя будет равна

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{\rho_\infty v \cos(\theta + \alpha)}{\rho_\lambda}.$$

Для оценки примем значение водности $\rho_\infty = 1 \text{ г/м}^3$, плотности льда $\rho_\lambda = 900 \text{ кг/м}^3$, а скорости $v = 100 \text{ м/с}$. Тогда получим

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{10^{-3} \text{ кг/м}^3}{900 \text{ кг/м}^3} 1000 \text{ м/с} \cdot \cos(\theta + \alpha) \leq 10^{-4} \text{ м/с} = 0,1 \text{ мм/с}.$$

Значит, за десять секунд полета в облаке на цилиндре нарастет слой льда толщиной 1 мм, за сто секунд – 1 см, за тысячу секунд...

И что же, этот процесс будет продолжаться, пока наш цилиндр движется в облаке или пока не упадет самолет, который моделируется этим цилиндром? Чтобы ответить на этот вопрос, учтем еще один факт. А именно – при отвердевании каждой капли, примерзшей к крылу, выделяется теплота кристаллизации (или теплота плавления). Кроме того, каждая единица массы капель несет кинетическую энергию $v^2/2$. А еще можно учесть, что температура капель изменяется от температуры в облаке T_∞ до температуры внешней поверхности слоя T_π , которая пока что неизвестна.

Таким образом, на каждом квадратном метре внешней поверхности слоя выделяется в секунду энергия, равная

$$\rho_\infty v \cos(\theta + \alpha) \cdot \left(\lambda + \frac{v^2}{2} + c_\lambda (T_\infty - T_\pi) \right),$$

где λ и c_λ – удельная теплота кристаллизации воды (плавления льда) и удельная теплоемкость льда соответственно.

А куда девается эта теплота? Конечно, часть ее идет на подогревание слоя льда, часть уносится потоком воздуха (в пограничном слое), часть проникает внутрь слоя – в сторону крыла (к поверхности цилиндра), имеющего температуру $T_{кр}$.

Для того чтобы найти плотность потока тепла q внутрь слоя льда, используем определение коэффициента теплопроводности χ :

$$q = \chi \frac{T_{\text{п}} - T_{\text{кр}}}{h}.$$

Смысл этого выражения прост: плотность потока тепловой энергии в неподвижном слое толщиной h пропорциональна разности температур на поверхностях этого слоя и обратно пропорциональна толщине слоя. А коэффициент пропорциональности и есть коэффициент теплопроводности. Его значение можно найти в физическом справочнике.

Далее, примем еще такие упрощающие предположения. Будем считать, что поверхность цилиндра имеет ту же температуру, что и облако, — ведь поверхность крыла, не покрытая слоем льда, гораздо больше, чем обледеневшая, а теплопроводность металла велика. Иными словами, пусть $T_{\text{кр}} = T_{\infty}$. Кроме того, пренебрежем отводом тепла в пограничный слой воздуха. В результате получим следующее уравнение баланса энергии:

$$\rho_{\infty} v \cos(\theta + \alpha) \cdot \left(\lambda + \frac{v^2}{2} + c_{\text{л}}(T_{\infty} - T_{\text{п}}) \right) = \chi \frac{T_{\text{п}} - T_{\infty}}{h}.$$

Слой льда в данной точке цилиндра, характеризуемой углом θ , будет расти до тех пор, пока температура поверхности льда не достигнет температуры его плавления (или отвердевания воды) $T_{\text{пл}}$. Полагая $T_{\text{п}} = T_{\text{пл}}$, из последнего уравнения найдем предельную толщину слоя льда:

$$h_* = \frac{\chi(T_{\text{пл}} - T_{\infty})}{\rho_{\infty} v \cos(\theta + \alpha) \cdot \left(\lambda + \frac{v^2}{2} + c_{\text{л}}(T_{\infty} - T_{\text{пл}}) \right)}.$$

В этой формуле нам не известна зависимость от времени угла α наклона внешней поверхности слоя льда по отношению к касательной плоскости в точке θ . Но по крайней мере мы знаем ее при $\theta = 0$ (в точке торможения потока). Действительно, в силу симметрии мы можем ожидать $\alpha(0) = 0$. Тогда из выражения для скорости роста толщины льда можно найти то время, за которое слой льда в точке торможения вырастет до значения h_* :

$$t_* = \frac{\rho_{\text{л}} h_*}{\rho_{\infty} v} = \frac{\rho_{\text{л}} \chi (T_{\text{пл}} - T_{\infty})}{\rho_{\infty}^2 v^2 \left(\lambda + \frac{v^2}{2} + c_{\text{л}}(T_{\infty} - T_{\text{пл}}) \right)}.$$

Выпишем необходимые табличные данные:

$$\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}, \quad c_{\text{л}} = 2,1 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)},$$

$$\chi = 2,2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}.$$

Принимая $T_{\text{пл}} - T_{\infty} = 10 \text{ К}$ (температура облака капель на десять градусов ниже точки плавления льда), получим

$$t_* = \frac{900 \cdot 2,2 \cdot 10}{10^{-6} \cdot 10^4 \left(3,35 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} 10^4 - 2,1 \cdot 10^4 \right)} \text{ с} \sim 10 \text{ с}.$$

(Сравнение чисел в скобках показывает, что основную роль играет теплота кристаллизации.)

Начиная с этого момента, толщина слоя льда в точке торможения перестанет расти, а прибывающие массы переохлажденных капель будут растекаться симметрично по поверхности цилиндра, отвердевая при больших значениях угловой координаты θ . Ясно, что до момента времени t_* толщина растущего слоя пара будет иметь максимальные значения в точке торможения (см. рис.61,а), а при $t > t_*$ образуются симметричные «рога» (см. рис.61,б). Эту зависимость от времени иллюстрирует рисунок 63. Конечно, все наши вычисления будут верны до тех пор, пока слой льда остается достаточно тонким ($h \ll R$).

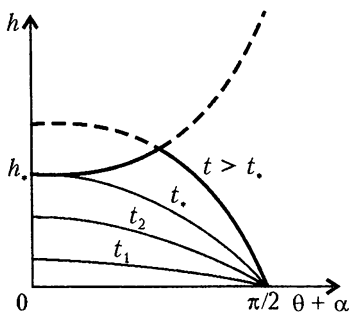


Рис. 63. Угловая зависимость толщины слоя льда

Добавим, что рассмотренный процесс обледенения опасен не только для летательных аппаратов, а еще, например, для проводов высоковольтных линий. Прежде всего, провод «тяжелее». Вдобавок, поперечное сечение слоя льда на проводе имеет форму, подобную профилю крыла, и при обдуве ветром провод подпрыгивает вверх, а затем под действием сил упругости и тяжести падает вниз. Все это нередко приводит к обрыву проводов.

А теперь вдумчивый Читатель может перечислить все упрощающие предположения, сделанные выше, и попытаться снять хотя бы одно из них. В результате Он получит новую, более совершенную физическую модель рассмотренного процесса.

СКАЧОК УПЛОТНЕНИЯ, ИЛИ КАК ПЛОХО ТУПОМУ ТЕЛУ

Розовое пламя вокруг корабля по мере погружения в атмосферу постепенно сгущается, становится пурпурным, затем багровым. Жаропрочное стекло покрывается желтоватым налетом, стальная обечайка иллюминатора плавится, и огненные брызги проносятся возле стекол. Захватывающее зрелище!

Космонавт Герман Титов

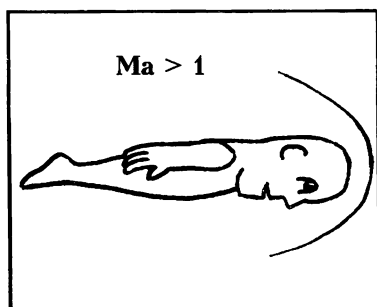
Пусть какое-нибудь тело (например, самое совершенное, с точки зрения древних греков, — шар) движется в окружающей среде очень-очень-очень медленно — скажем, дробинка оседает в банке меда. Как именно «медленно», что мы трижды повторили слово «очень»? Это значит, что ближайшие к шару слои меда не только успевают «сообщить» следующим слоям, что тут что-то движется, но эти следующие слои успевают отреагировать на полученную «информацию» и передать дальше, и так до бесконечности. Весь мед даже в самой большой банке «знает», что в нем движется дробинка, и поэтому сам находится в движении. Такое движение называется *ползущим* (рис.64).

Но нам нужно не ползать, а летать, и не в меде, а в газообразной атмосфере. А как молекулы газа передают друг другу информацию о том, что в газе что-то движется? Ведь это происходит только при их столкновениях с движущимся телом и друг с другом, а столкновения происходят (в среднем) не ближе, чем средняя длина свободного пробега.

Посмотрев на рисунок 2,а, мы увидим, что на разных высотах медленно движущееся тело распространяет информацию о своем движении на различные расстояния: на уровне моря ($h = 0$) первое же столкновение молекулы, отскочившей от тела, с

другой молекулой происходит на малом расстоянии 10^{-7} м; на высоте 100 км — приблизительно на расстоянии 1 м; а на высоте 300 км — уже на 10 км!

Пусть скорость тела, движущегося в нижних слоях атмосферы, все возрастает, но пока что не превышает среднюю скорость молекул. Тогда молекулы, отражаясь от



тела, еще будут успевать обгонять его и сообщать расположенным впереди молекулам о приближении к ним тела. Но ведь есть и такие молекулы, которые движутся медленнее средней скорости, — они после первого соударения не успевают отразиться и остаются у тела. В результате вокруг тела образуется так называемый пограничный слой (см. рис.46), в котором течение газа будет чем-то похоже на обтекание дробинки медом. Так что внешние молекулы атмосферы могут теперь и не дойти до тела, а взаимодействовать с наружной «поверхностью» этого пограничного слоя. Таким образом, тело стало как бы толще на этот налипший на него пограничный слой, а следовательно, уже хотя бы поэтому его сопротивление возросло. К тому же и сам слой не неподвижен — его подслои трутся друг о друга, выделяется тепло, как говорят физики — происходит диссипация энергии. А откуда черпается эта энергия? Конечно же, опять-таки отнимается от движущегося тела или от его двигателя.

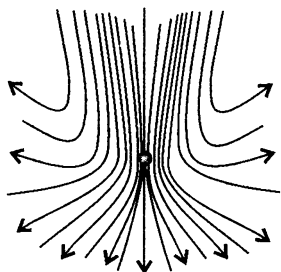


Рис.64. Картина линий тока меда в большой банке с равномерно падающим шариком

Итак, пока мы движемся медленнее, чем звук, каждое «дрожание» пограничного слоя на теле успевает обогнать тело и сообщить вперед о его приближении. На рисунке 65,а условно изображены в данный момент времени сферические фронты

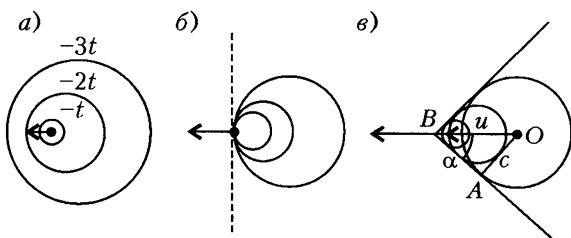


Рис.65. Сферические поверхности возмущений, порожденных точечным источником, движущимся влево, в предыдущие последовательные моменты времени ($-t$, $-2t$, $-3t$, ...): а) скорость движения источника меньше скорости звука, поэтому последующие возмущения не успевают догонять предыдущие; б) скорость движения в точности равна скорости звука, поэтому все поверхности возмущений касаются друг друга перед источником; в) скорость движения источника больше скорости звука, и последующие возмущения обгоняют предыдущие

звуковых волн, порожденных движущейся точкой в последовательные предшествующие моменты времени. Видно, что фронты гуще в направлении движения, указанном стрелкой.

Когда тело движется в точности со скоростью звука, все сферические фронты звуковых волн коснутся друг друга в точке перед телом, наложатся друг на друга (рис. 65,б) именно потому, что в направлении вперед и тело, и звуковые возмущения движутся с одной и той же скоростью.

Наконец, когда тело движется быстрее звука, фронты сферических волн, порожденных в газе телом в последовательные моменты времени, пересекутся друг с другом. Касательная линия к этим фронтам называется *линией Маха*, а из этих линий составит *конус Маха* (рис. 65,в). И ни одно возмущение от тела не сможет выйти за этот конус, а атмосфера ничего «не будет знать» о летящем в ней теле, пока этот конус не дойдет до точки наблюдения.

Отношение скорости движения тела относительно газа u к скорости звука в этом газе c называется *числом Маха*: $Ma = u/c$. Таким образом, три картинки рисунка 65 соответствуют значениям числа Маха $Ma < 1$, $Ma = 1$ и $Ma > 1$ и свидетельствуют о качественной перестройке течения при прохождении скорости звука ($Ma = 1$). В частности, для третьего случая (сверхзвукового движения, $Ma > 1$) полезно определить угол α при вершине конуса Маха. Из прямоугольного треугольника OAB видно, что за то время, пока возмущение, порожденное телом в точке O , дойдет до точки A со скоростью звука c , само тело, двигаясь со скоростью u , окажется в точке B . Следовательно, искомый угол Маха будет определяться условием

$$\sin \alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{c}{u} = \frac{1}{Ma}.$$

Такие конусы и линии хорошо видны, когда в аэродинамической трубе сверхзвуковой поток обтекает тонкую иглу или тонкий клин, расположенные параллельно потоку (рис.66,а). А теперь давайте начнем плоскость клина наклонять по отношению к потоку. Тогда молекулы будут отскакивать от наветренной полуплоскости под все более прямым углом, и начнет образовываться сжатый слой, отделенный от набегающего потока *косым скачком уплотнения* (рис.66,б). Когда плоскость клина расположится перпендикулярно потоку (рис.66,в), молекулы, налетающие на клин вдали от его края, не будут успевать соскальзывать с него, начнется настоящая толчея, и набегающие молекулы (они ничего не знают о препятствии – ведь скорость их больше

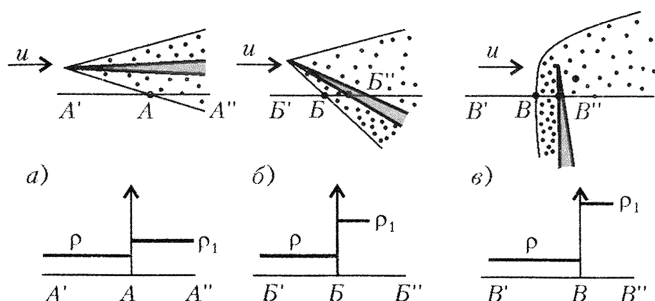


Рис.66. С увеличением угла наклона тонкого клина по отношению к сверхзвуковому потоку сжимаемого газа наклонный скачок уплотнения переходит в прямой, за которым сжатие газа максимально: а) обтекание симметрично, при перемещении вдоль прямой $A'A''$ в точке A обнаруживается небольшой скачок плотности ρ ; б) клин наклонен по отношению к потоку, плотность газа за скачком (точкой B) возрастает; в) клин расположен поперек потока, плотность газа за скачком (точкой B) становится максимальной

скорости звука) с размаху будут врезаться в эту толпу молекул. У полуплоскости возникнет сжатый слой, отделенный от невозмущенного газа так называемым *прямым скачком уплотнения*. В этом скачке резко (на то он и скачок) падает скорость движения газа, от сверхзвуковой до медленной дозвуковой, резко возрастает плотность молекул – происходит сжатие газа.

А что происходит с температурой? Давайте оценим ее величину. Пусть тело движется очень быстро – например, в 10 раз быстрее звука, т.е. $u = 10c$. (Будем значения всех величин за скачком уплотнения обозначать индексом «1».) Тогда число Маха перед скачком равно $Ma = 10$, а каждая молекула массой m в набегающем невозмущенном потоке обладает кинетической энергией, приблизительно равной

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m c^2 Ma^2.$$

Внутри сжатого слоя молекулы практически неподвижны относительно тела, значит, их кинетическая энергия почти целиком перешла в тепловую. Тогда для оценки температуры в сжатом слое можно положить приближенно, что

$$\frac{1}{2} m c^2 Ma^2 \approx \frac{3}{2} k T_1,$$

откуда

$$T_1 \approx \frac{mc^2 Ma^2}{3k} = \frac{Mc^2 Ma^2}{3R},$$

где k – постоянная Больцмана, $R = Mk/m$ – газовая постоянная. Принимая для воздуха $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $c = 300$ м/с, получим $T_1 = 10000$ К.

Это что же получилось: в сжатом слое перед полуплоскостью, обтекаемой с удесятеренной скоростью звука, температура оказывается по порядку величины (на точность мы не претендуем) такой же, как на поверхности Солнца! Это означает, что молекулы воздуха «развалятся» (диссоциируют) на отдельные атомы. А что еще?

Сравним кинетическую энергию молекулы перед сжатым слоем с энергией ее ионизации. В физических таблицах можно найти, что энергия однократной ионизации (в расчете на молекулу), например, для азота (основного компонента атмосферы) равна $E_{\text{ион}} \approx 15$ эВ $\approx 2,5 \cdot 10^{-18}$ Дж. Оценим теперь кинетическую энергию налетающей молекулы:

$$E = \frac{1}{2} mc^2 Ma^2 = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot (300 \text{ м/с})^2 \cdot 10^2 \approx \\ \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Видно, что эти энергии сравнимы по порядку величины; значит, в сжатом слое можно ожидать появления и свободных электронов, и ионов, от которых эти электроны оторвались.

Конечно, на диссоциацию и ионизацию уйдет часть первоначальной кинетической энергии молекул, так что температура в сжатом слое станет несколько меньше, чем мы получили в нашей грубой оценке, но все равно она будет порядка тысяч градусов.

А если в сжатом слое выросли, по сравнению с невозмущенным газом, температура и плотность, то в еще большей мере вырастет и давление, так как, согласно уравнению Менделеева – Клапейрона, оно пропорционально их произведению.

И хотя мы провели рассуждения об образовании сжатого слоя на примере клина, который мы постепенно развернули поперек сверхзвукового потока, все это, очевидно, верно и для любого тела, к которому можно провести касательную плоскость, перпендикулярную потоку. Такие тела называются в аэродинамике затупленными. Но существования такой плоскости еще мало. Чтобы граница сжатого слоя (скачок уплотнения) была плоской, как у того скачка, который мы уже изучили, надо еще, чтобы радиус кривизны тела вблизи этой касательной плоскости,

нормальной к потоку, был достаточно большим (больше, чем толщина сжатого слоя). Тогда этот скачок на некотором протяжении (поперек потока) будет похож на прямой. В качестве примера на рисунке 67 изображен шар, обтекаемый сверхзвуковым потоком. Видно, что в окрестности передней точки шара (в точке торможения) и слой, и скачок действительно почти плоские – это место выделено штриховым прямоугольником. Такие тела называются *тупыми*.

Итак, перед каждым тупым телом в сверхзвуковой потоке образуется сжатый и нагретый слой газа. Значит, при достижении скорости звука (на самом деле даже чуть раньше) должно прежде всего резко возрастет аэродинамическое сопротивление тела X . Следовательно, безразмерный коэффициент сопротивления c_x (о котором уже говорилось в предыдущих главах) должен зависеть не только от формы тела, но и от того, что больше: скорость движения тела относительно газа или скорость звука в этом газе. Проще сказать, что он должен зависеть от отношения этих двух скоростей, т.е. от введенного выше числа Маха.

На рисунке 68,а приведены результаты экспериментов по измерению этого коэффициента в функции числа Маха для шара (верхняя кривая). Графики имеют вид барьера: в окрестности скорости звука сопротивление резко возрастает, значит, возрастают и необходимые для движения сила тяги и мощность двигателя. Поэтому исторически рассматриваемое явление получило название *звукового барьера*.

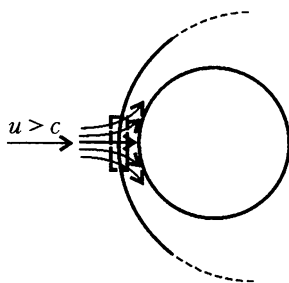


Рис.67. В окрестности передней точки большого обтекаемого шара скачок уплотнения близок к прямому, что полезно для физических оценок

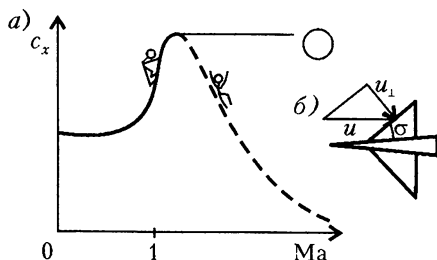


Рис.68. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Маха: а) качественный вид «звукового барьера» для шара (верхняя кривая) и заостренного тела (штриховая кривая); б) с увеличением стреловидности кромок крыла перпендикулярная к ним составляющая скорости обтекания становится дозвуковой ($u_{\perp} < c$, $Ma_{\perp} < 1$, хотя $Ma > 1$)

Любопытно отметить, что такую зависимость сопротивления от скорости первыми начали нащупывать артиллеристы еще два века тому назад, когда не было дозвуковых самолетов. Так, английский математик и баллистик В.Робинс заметил, что сила сопротивления снарядов при трансзвуковых скоростях пропорциональна не v^2 , а скорее v^3 . А первый график зависимости $c_x(v)$ в широком диапазоне значений v (до 1000 м/с) для снарядов на уровне моря появился в Германии почти сто лет назад.

Но как преодолеть звуковой барьер? Теперь идея представляется нам тривиальной: надо заострить нос летательного аппарата, крылья отогнуть назад так, чтобы нормальная составляющая скорости к поверхности аппарата уменьшилась и ударная волна стала наклонной, близкой к конусу Маха (рис.68,б). Вот мы и получили самолет со стреловидным крылом. Для заостренного тела зависимость коэффициента сопротивления от числа Маха показана на рисунке 68,а штриховой кривой, она даже падает с ростом Ma . Это, конечно, не значит, что падает само сопротивление; ведь этот коэффициент еще умножается на v^2 .

Однако, взлетая, самолет сначала не имеет сверхзвуковой скорости и может пользоваться обычными, а не стреловидными крыльями! Значит, надо сделать крыло с изменяемой геометрией (рис.69).

Так удалось разрешить проблему звукового барьера. Но не всегда полезно «заостряться». Например, если мы хотим использовать тормозящие свойства атмосферы при возвращении из космоса на Землю (об этом позднее), нужно делать аппарат буквально «тупым, как башмак». Тогда не избежать околозатуплений сильно сжатого слоя. А мы теперь знаем, что воздух в этом слое уже совсем не тот, какой был перед ним, — им и

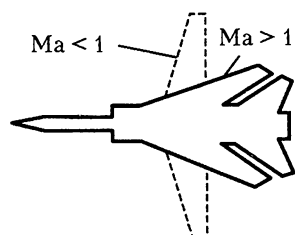


Рис.69. Удачная мысль: делать крыло стреловидным только при сверхзвуковом полете

дышать-то уже нельзя. Во-первых, он разогрет до тысяч градусов, во-вторых, в нем почти не осталось прежних молекул, а все больше атомы кислорода, азота, молекулы окислов азота, да еще и их ионы и электроны. Электроны жадно стремятся объединиться с ионами, а при этом должна выделяться энергия, затраченная ранее на их разрыв (на ионизацию). Другие же электроны, которые не оторвались от своих атомов, сильно возбуждены — они заброшены на верхние энергетиче-

ческие этажи, и все это сложное многоэтажное здание атома дрожит и колеблется. А «скатываясь вниз», на орбиты, расположенные ближе к ядру, электроны что делают? Правильно! Они излучают фотоны и вообще все электромагнитные волны, которые можно излучить.

Но если нам не рекомендуется дышать «воздухом» (вернее, продуктами его разрушения) за скачком уплотнения, то что же творится с самим обтекаемым телом? Ясно, что та часть летательного аппарата, у которой образовался столь сильно нагретый сжатый слой, должна плавиться, гореть, испаряться. Трудности, связанные с этим кругом явлений, получили название *теплового барьера* по аналогии со звуковым барьером, но звуковой барьер был исторически ранее преодолен авиаторами.

Как же защитить тупое тело от разрушения? И тут опять придется обращаться к физике.

Можно, например, сделать поверхность летательного аппарата пористой, как губка, и продавливать через поры изнутри наружу какую-нибудь жидкость с большой теплотой испарения. На испарение и будет уходить тепло сжатого слоя – летательный аппарат будет «потеть». Точно так же, как жители жарких стран пьют в жару горячий чай и при этом охлаждаются. Но при испарении теряется масса, а терять ее (значит, дополнительную массу брать заранее) летательному аппарату очень не хочется.

Далее, можно вспомнить об электронах и ионах в сжатом слое. Это они делают слой электропроводным, что не безразлично: проводящая оболочка мешает радиосвязи. Но – нет худа без добра – нельзя ли воспользоваться

электрической проводимостью ионизированного слоя? В принципе, можно. Давайте создадим вокруг аппарата магнитное поле (рис.70) и направим его так, чтобы движущиеся в нем положительные ионы «отжимались» силой Лоренца F_L^+ от поверхности аппарата. Если мы справимся с более тяжелыми ионами, то электроны (которые легче во много тысяч раз) поспешат вслед за ними, хотя сила Лоренца, конечно же, будет их тянуть в другую сторону. Используя правило соответствующей руки, получим взаимное расположение векторов \vec{v}^+ (ско-

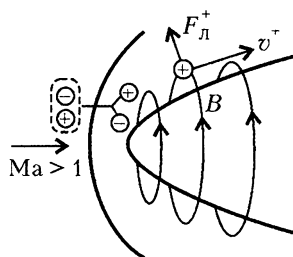


Рис.70. Принципиальная возможность спасти тупое тело от горячего сжатого слоя при помощи силы Лоренца, действующей на положительные ионы

рость положительно заряженного иона), \bar{B} и \bar{F}_L^+ , изображенное на рисунке 70.

Для создания по возможности более сильного поля нужны и тяжелые электромагниты, и тяжелые источники тока для их питания, и ..., но в принципе использовать силу Лоренца можно. Например, катушки электромагнитов можно сделать из сверхпроводников, тогда ток по ним будет течь вечно, если их, конечно, охлаждать, а значит, нужно брать с собою криогенные жидкости или сжижающие газ установки, что, правда, тоже нелегко. Но ведь есть современные «высокотемпературные» сверхпроводники. В общем, думать надо.

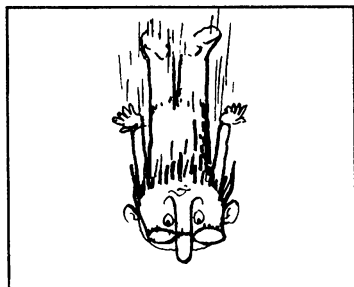
А можно и вообще махнуть рукой на это тупое тело — пусть себе оплавляється, а значит, становится еще тупее. В конце концов, если сделать его оболочку потолще и из самого тугоплавкого материала, то несколько минут, пока оно тормозится в атмосфере, — авось и выдержит. Так в общем-то пока что и делали, но это, конечно, потребовало немало усилий ученых, конструкторов, технологов.

КАК СТУДЕНТ НА СВЕРХЗВУК ВЫХОДИЛ

Не делай ничего наугад, а только по правилам искусства.

Марк Аврелий

В ночь перед экзаменом по аэродинамике при-
снился Студенту страшный сон — будто, падая с кровати, достиг он сверхзвуковой скорости. Вскочив в холодном поту, задумался Студент: в самом деле, с какой высоты нужно упасть, чтобы достичь сверхзвука в атмосфере Земли? Вопрос не праздный — ведь этак можно было бы обойтись без аэродинамических труб, требующих большой мощности для разгона воздуха! И еще преимущество: поток воздуха в аэродинамической трубе неиз-



бежно турбулентный (возмущенный), а в атмосфере турбулентность естественная, может быть, как раз такая, как в реальном полете. И еще важное соображение: исследуемое тело, например самолет или его модель, может быть любых размеров, в отличие от (поневоле) малых размеров в трубе. И еще... Но и перечисленных пре-

лестей казалось достаточно, чтобы Студент с воодушевлением взялся за физические оценки.

Еще в школе он знал, что тело, сброшенное с высоты l , достигает (в вакууме) скорости (рис.71, слева)

$$v_0 = \sqrt{2gl}.$$

Значит, чтобы достичь скорости порядка 330 м/с, высота должна быть равна

$$l = \frac{v_0^2}{2g} \approx \frac{(3,3 \cdot 10^2)^2}{2 \cdot 10} \text{ м} \approx 5 \text{ км}.$$

(Конечно, не обязательно падать вертикально: можно, привязав тело к нити длиной l , достичь той же скорости в нижней точке

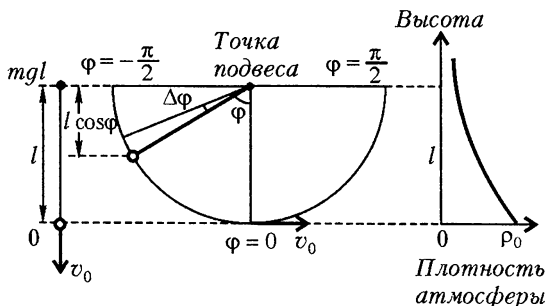


Рис.71. Схема эксперимента, предложенная Студентом

колебаний. Что гораздо лучше: опыт будет снова и снова повторяться, пока продолжаются колебания – в отличие от одноразового падения вниз.)

Но в вакууме никакого звука нет – значит, нет и понятия сверхзвукового движения. А воздух будет оказывать сопротивление движению, и качественно ясно, что начальная высота, падая с которой тело может достичь сверхзвуковой скорости, должна быть больше полученной выше оценки. И, значит, на таких масштабах плотность атмосферы ρ уже не придется считать постоянной величиной (см. рис.71, справа) – об этом отлично знают альпинисты.

Силу сопротивления можно описать, исходя из соображений размерностей (см. главу «Аэродинамические силы...»:

$$X = C_x \frac{\rho v^2}{2} S.$$

Здесь $\rho v^2/2$ – так называемый скоростной напор (он имеет размерность давления), S – характерная площадь тела, например его лобового сечения. А вот C_x – это безразмерный коэффициент сопротивления, который теория размерностей, естественно, «не чувствует». Ради его измерения и построены во всем мире мощные аэродинамические трубы, и ради него Студент и задумался.

Так возник Проект Экспериментальной Установки.

Возьмем невесомую нерастяжимую нить длиной l , подвесим на ней сверхзвуковой авиалайнер (например, ТУ-144) или истребитель массой m и, приведя этот «математический маятник» в горизонтальное положение, отпустим (см. рис.71, в центре). Потенциальная энергия самолета в любой точке его траектории, характеризуемой углом φ , равна

$$mgl(1 - \cos \varphi).$$

Проверим: в начальной точке, когда $\varphi = -\pi/2$, $\cos \varphi = 0$ и эта энергия равна mgl , а при $\varphi = 0$ (в самой нижней точке траектории) она равна нулю.

Не будь потерь энергии на сопротивление, суммарная механическая энергия сохранялась бы (собственно, из этого условия и найдена скорость v_0):

$$m \left(\frac{v^2}{2} + gl(1 - \cos \varphi) \right) = mgl.$$

Но если есть сила сопротивления, то суммарная механическая энергия колеблющегося тела будет убывать. Работа силы сопротивления на небольшом участке пути длиной $l\Delta\varphi$ равна, очевидно, $Xl\Delta\varphi$. Значит, можно записать

$$\Delta \left(\frac{v^2}{2} + gl(1 - \cos \varphi) \right) = -\frac{v^2}{2} \left(C_x \frac{\rho S l}{m} \right) \Delta \varphi.$$

Обозначим набор величин в правой части в скобках одной буквой:

$$\beta = \frac{C_x \rho S l}{m}.$$

Вообще говоря, это не постоянная. Действительно, первая же оценка длины нити показала, что проектируемое устройство будет циклопическим сооружением, поэтому плотность воздуха

ρ будет заметно изменяться на таких масштабах. Да и безразмерный коэффициент сопротивления C_x не постоянен, а зависит от отношения скорости движения тела к скорости звука c , т.е. от числа Маха $Ma = v/c$. Вблизи $Ma = 1$ он резко возрастает (рис. 72), а затем уменьшается с ростом Ma (для чего и делаются стреловидные крылья у сверхзвуковых самолетов). Конечно, все это можно учесть в правой части нашего уравнения и, решая его, например численно на компьютере, сравнить результаты теории и эксперимента, из чего и будет получена информация об искомом коэффициенте сопротивления.

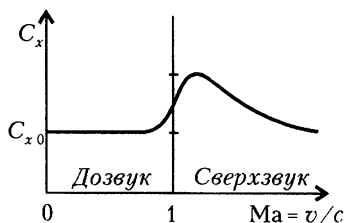


Рис.72. Изменение коэффициента сопротивления в зависимости от числа Маха

Но Студент сделал проще. Чтобы оценить все-таки длину подвеса, при которой лайнер заведомо достигнет скорости звука, он сделал *Оценку Сверху*, или, как изящно выражаются математики, мажорировал. Для этого он выбрал для плотности самое большое значение $\rho_0 \approx 1 \text{ кг/м}^3$ (у поверхности Земли), для коэффициента сопротивления взял максимальное значение (приблизительно вдвое большее, чем при дозвуковых скоростях) $C_x \approx 2C_{x0}$, а скорость в выражении для работы силы сопротивления решил мажорировать ее значением для случая вакуума:

$$(v^0)^2 = 2gl \cos \varphi = v_0^2 \cos \varphi.$$

Итак, в нашем уравнении справа стоит убывь механической энергии, заведомо бóльшая (по модулю), чем в реальности, но зато теперь можно проще узнать, сколько будет «съедено» энергии, например на участке траектории от верхней точки ($\varphi = -\pi/2$) до нижней ($\varphi = 0$). Для этого надо сложить все потери энергии на каждом малом $\Delta\varphi$, или, как говорят взрослые, проинтегрировать функцию

$$-\beta_{\max} \frac{v_0^2}{2} \cos \varphi,$$

где, по договору, $\beta_{\max} = 2C_{x0}\rho_0 S l/m$. При этом придется найти площадь под кривой $y = \cos \varphi$ (рис.73). Кто умеет, да возьмет

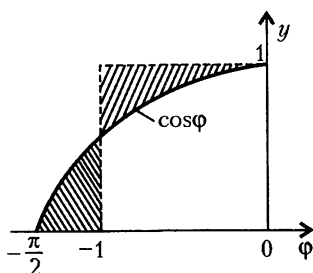


Рис. 73. Как найти площадь под кривой

интеграл:

$$\int_{-\pi/2}^0 \cos \varphi d\varphi = \sin \varphi \Big|_{-\pi/2}^0 = \\ = 0 - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) = 1.$$

А кто не умеет, и так поймет, взглянув на рисунок 73, что эта площадь порядка единицы (там для наглядности заштрихованы участки одинаковой площади).

Теперь изменение суммарной механической энергии можно записать так:

$$\left(\frac{v^2}{2} + gl(1 - \cos 0) \right) - \left(0 + gl \left(1 - \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) \right) = -\beta_{\max} gl \cdot 1.$$

Потребуем, чтобы скорость тела в нижней точке ($\varphi = 0$) стала равной скорости звука: $v = c$ и учтем, что $\cos 0 = 1$, а $\cos(-\pi/2) = 0$. Тогда

$$\left(\frac{c^2}{2} + 0 \right) - (0 + gl) = -\beta_{\max} gl.$$

В результате получим квадратное уравнение для искомой длины l :

$$c^2 = 2g(1 - \beta_{\max})l = 2g \left(1 - \frac{2C_{x0}\rho_0 S l}{m} \right) l.$$

Подставляя характерные значения величин для «типичных» сверхзвуковых истребителей: $m = 30$ т, $S = 50$ м², $C_{x0} = 0,01$, найдем

$$l_1 \approx 7 \text{ км} \text{ и } l_2 \approx 20 \text{ км}.$$

Даже меньший из этих двух корней сравним с высотой самых высоких гор на Земле.

И еще одна мысль пронзила Студента: центробежная сила!? Ведь вблизи нижней точки центростремительное ускорение будет равно

$$\frac{c^2}{l} \approx 1,5g,$$

значит, перегрузка составит $2,5g$ – лайнер «потяжелеет», и это надо учесть при выборе троса.

Таким образом, если пропилить в самой высокой горе пропасть с вертикальными стенками шириной в несколько размахов крыла, затем наверху установить горизонтальную ось вращения, подвесить лайнер на тросе длиной семь километров... Работы хватит всем и надолго. А кстати, где можно достать тонкую (желательно нерастяжимую) нить длиной несколько километров, способную выдержать вес нескольких авиалайнеров?

С этими мыслями Студент и пошел на экзамен по экспериментальной аэродинамике. Результат экзамена в летописях не сохранился...

НА БОЛЬШОЙ ВЫСОТЕ

...Раздался страшный треск... Мерный куб, попав в среду разреженную, не вынес внутреннего давления, треснул, и клочья его понеслись в бесконечное пространство.

— Где мы, сэр?

— В эфире.

— Гм... Если в эфире, то чем же мы дышать будем?

— А где сила вашей воли, сэр Лунд?

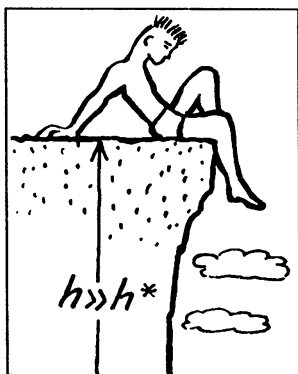
А.Чехов

Предположим, что летательный аппарат движется очень высоко, где воздух настолько разрежен, что длина свободного пробега его молекул (между столкновениями друг с другом) l больше размеров аппарата L .

При этом условии молекулы, ударяясь об аппарат и отскакивая, сталкиваются друг с другом уже где-то далеко от аппарата, так что в его окрестности они не взаимодействуют. Это очень упрощает рассмотрение.

И еще одно предположение. Будем считать, что аппарат летит со скоростью v_1 , намного большей тепловых скоростей молекул. Тогда можно вообще пренебречь тепловыми хаотическими движениями молекул и считать, что все они налетают на аппарат со скоростью v_1 .

Итак, рассмотрим (рис.74) прежде всего удар одной-единственной молекулы о твердую поверхность, расположенную по отношению к вектору скорости под углом α (угол атаки). Пусть удар молекулы о по-



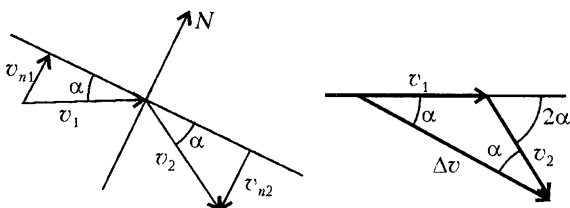


Рис.74. Изменение скорости отдельной молекулы, абсолютно упруго соударяющейся с поверхностью

верхность абсолютно упругий. Тогда после столкновения модуль скорости молекулы не изменится, а вектор скорости повернется на угол 2α . Разложив каждый из двух (до и после столкновения) векторов скорости на составляющие, параллельную и перпендикулярную поверхности, увидим, что параллельные составляющие не изменились, а нормальная, по определению упругого удара, изменила знак: $v_{n2} = -v_{n1}$. Значит, изменение вектора скорости $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ направлено вдоль нормали и равно

$$\Delta v = v_{n2} - v_{n1} = -2v_{n1} = -2v_1 \sin \alpha.$$

А изменение импульса этой молекулы, если ее масса m , равно

$$\Delta p_m = -2v_1 m \sin \alpha.$$

Тогда, согласно третьему закону Ньютона, такой же импульс (но с противоположным знаком) получит тело, о которое ударились эта молекула.

А сколько молекул ударяются о поверхность площадью S в единицу времени? Очевидно, что с площадкой S столкнутся все молекулы, пролетевшие через $S_{\perp} = S \sin \alpha$ (рис. 75). Да-

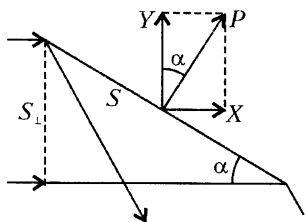


Рис.75. С поверхностью площадью S столкнутся все молекулы, пересекающие площадку S_{\perp}

лее, через каждую единицу площади поверхности S_{\perp} (нормальной к скорости) пролетает в единицу времени nv_1 молекул. Таким образом, полный импульс, получаемый всей поверхностью S в единицу времени (он называется потоком импульса) и направленный по нормали \vec{N} к поверхности, численно равен

$$P = 2v_1 m \sin \alpha \cdot nv_1 = 2\rho v_1^2 \sin^2 \alpha.$$

Разложим этот поток импульса на две составляющие: перпендику-

лярную вектору \vec{v}_1 (подъемная сила) и параллельную ему (сила сопротивления). Получим

$$Y = P \cos \alpha = 2\rho v_1^2 S \sin^2 \alpha \cos \alpha,$$

$$X = P \sin \alpha = 2\rho v_1^2 S \sin^3 \alpha.$$

Эти зависимости в функции угла атаки изображены на рисунке 76. Видно, что подъемная сила при некотором угле атаки α_m достигает наибольшего значения. Его можно найти, построив эту функцию по точкам при помощи тригонометрических таблиц: получим $\tan \alpha_m = \sqrt{2}$. Учитывая известные соотно-

шения $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$, $\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$ и подставляя найденное значение $\tan \alpha_m = \sqrt{2}$ в формулу для Y , найдем это максимальное значение подъемной силы:

$$Y_m = \frac{4}{3\sqrt{3}} \rho v_1^2 S = 0,77 \rho v_1^2 S.$$

Но это почти то же самое, что мы получали ранее на основании теории размерностей для случая полета в сплошном, а не разреженном газе. Только теперь этот результат точный (конечно, в принятых предположениях, например что удары молекул о твердое тело абсолютно упругие), а раньше необходим был еще и эксперимент для определения множителя перед $\rho v^2 S$.

Можно найти и аэродинамическое качество крыла при угле, соответствующем максимальной подъемной силе. Имеем

$$K = \frac{Y}{X} = \frac{1}{\tan \alpha}, \quad K_m = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Конечно, это значение существенно меньше значений аэродинамического качества, которыми обладают планеры и самолеты. Впрочем, не обязательно лететь с углом атаки α_m , а с уменьшением α величина K растет.

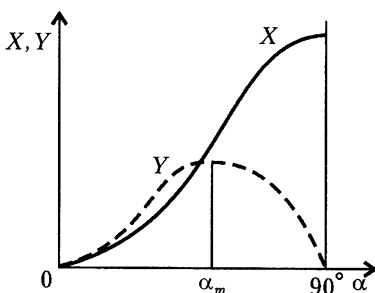


Рис. 76. Зависимость силы сопротивления и подъемной силы от угла атаки

ПОЧЕМУ ИМЕННО РАКЕТА

Пароход отталкивает воду, дирижабль и аэроплан – воздух, человек и лошадь – земной шар... Такие жалкие реактивные явления мы обыкновенно и наблюдаем на земле. Вот почему они никого не могли поощрить к мечтам и исследованиям... Ракета заключает в самой себе вещь ства для отброса.

К. Циолковский

Ракеты начали делать давно, но сначала это было, как поется в песне, «то гульба, то пальба». К.Э. Циолковский первым понял, что ракета – единственное средство для достижения принципиально любой скорости, а значит, и скорости, необходимой для преодоления силы земного тяготения. «Только разум и наука могли указать на преобразование этих явлений в грандиозные, почти непостижимые чувства», – писал Циолковский.

Так почему же именно ракета?

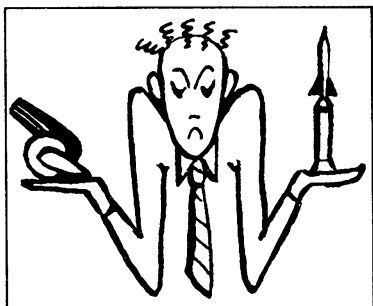
Постараемся понять это, сравнив ее с другим, казалось бы, самым близким ей «по духу» летательным аппаратом – прямоточным воздушно-реактивным двигателем. Но прежде – о самой ракете (рис. 77). Представим себе, что в некоторый произвольный момент времени t ракета имела скорость v и массу m . Мысленно разобьем ракету на две части – ту, которая через малый промежуток времени Δt «собирается» отлететь назад (отработанное топливо ракеты), обозначим ее массу через ΔM , и тот «остаток» массы $m - \Delta M$, который полетит дальше, но уже с другой скоростью, равной $v + \Delta v$. Скорость отлетевшей части относительно «остатка» обозначим через u , тогда ее скорость относительно земного наблюдателя будет равна $(v + \Delta v) - u$. Так как разделение этих двух частей произошло под действием внутренних сил, суммарный импульс ракеты не изменился:

$$mv = (m - \Delta M)(v + \Delta v) + \\ + \Delta M(v + \Delta v - u).$$

В результате алгебраических преобразований уравнение закона сохранения импульса примет вид

$$m \Delta v = u \Delta M.$$

Если учесть, что отброшенная масса ΔM в точности равна убыли массы ракеты ($\Delta M =$



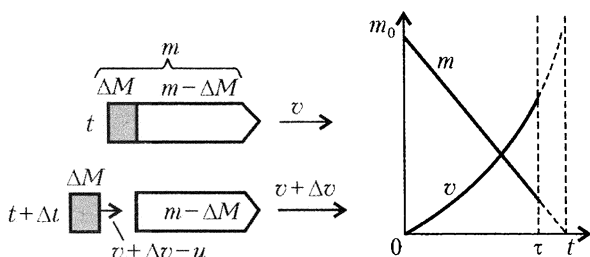


Рис.77. Ракета ускоряется за счет выбрасывания назад только собственной массы, ее скорость и ускорение могут достичь произвольной заданной величины

$= -\Delta m$), то полученное равенство можно переписать в виде

$$\frac{\Delta v}{u} = -\frac{\Delta m}{m}.$$

Теперь проведем аналогичные рассуждения для воздушно-реактивного двигателя (рис.78). Вот он «готовится» в момент времени t «заглотить» порцию воздуха массой Δm_b и, израсходовав массу горючего Δm_r , выбросить образовавшуюся смесь с относительной скоростью u . При этом, разумеется, изменение массы самого летательного аппарата будет равно $\Delta m = -\Delta m_1$.

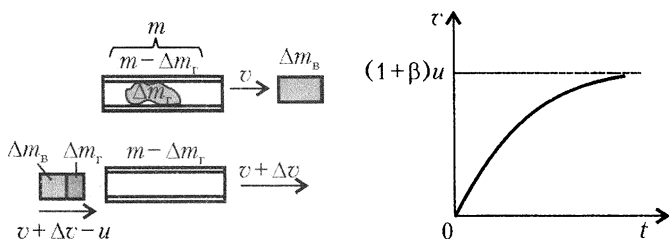


Рис.78. Прямоточный реактивный двигатель отбрасывает назад не только массу горючего, но и захваченный воздухозаборником воздух, содержащий кислород и пассивный подогреваемый азот. Его ускорение стремится к нулю, а скорость не может превзойти некоторой константы

Запишем закон сохранения импульса для системы двигатель – горючее – воздух:

$$\Delta m_b \cdot 0 + mv = (\Delta m_b + \Delta m_r)(v + \Delta v - u) + (m - \Delta m_r)(v + \Delta v)$$

(здесь v – скорость аппарата в момент времени t , а $v + \Delta v$ – его новая скорость в момент $t + \Delta t$, первое слагаемое слева отражает тот факт, что поглощенный двигателем воздух первоначально покоился). Отсюда, пренебрегая совсем малой величиной –

произведением $\Delta m_b \Delta v$, после некоторых преобразований получаем

$$\frac{\Delta v}{u} = \frac{\Delta m_r}{m} - \frac{\Delta m_b}{m} \left(\frac{v}{u} - 1 \right).$$

Отношение масс $\Delta m_r / \Delta m_b$ обозначим через β . Тогда предыдущее равенство примет вид

$$\frac{\Delta v}{u} = \frac{\Delta m_r}{m} \frac{1 + \beta - v/u}{\beta},$$

или

$$\frac{\Delta v}{u} = - \frac{\Delta m}{m} \frac{1 + \beta - v/u}{\beta}.$$

Посмотрите внимательно на два уравнения для $\Delta v/u$, полученные для ракеты и реактивного двигателя. Они имеют нечто общее, а именно: для того чтобы скорость летательного аппарата росла ($\Delta v > 0$), нужно, чтобы масса его убывала ($\Delta m < 0$). Но есть и очень важное отличие: в правую часть второго уравнения входит множитель $1 + \beta - v/u$, который по достижении скорости $v = u(1 + \beta)$ становится равным нулю. Это означает, что воздушно-реактивный двигатель, «заглатывающий воздух», не может разогнаться до скорости, существенно большей, чем относительная скорость истечения продуктов сгорания. Скорость такого двигателя имеет предел, преодолеть который невозможно. А для ракеты аналогичного предела нет.

На самом деле, этим уже все сказано, однако в принципе можно получить и точные выражения для скоростей ракеты и двигателя. Тот, кто умеет суммировать бесконечно малые приращения, т.е. интегрировать, из первого уравнения $\Delta v/u$ легко получит (учитывая, что в момент $t = 0$ было $v = 0$ и $m = m_0$)

$$\frac{v - 0}{u} = -(\ln m - \ln m_0),$$

или

$$\frac{v}{u} = \ln \frac{m_0}{m}.$$

Это и есть знаменитая формула Циолковского. Историки науки говорят, что он затратил на нее немало времени: первооткрывателю всегда трудно.

Проанализируем полученную формулу. Если убыль массы ракеты в единицу времени есть величина постоянная, обозначим ее через $\mu = -\frac{\Delta m}{\Delta t}$, то с течением времени масса ракеты изменя-

ется по закону (см. график на рисунке 77)

$$m = m_0 - \mu t .$$

По истечении времени τ , когда сгорит и будет выброшено все топливо, масса ракеты станет равной $m_\tau = m_0 - \mu\tau$, а для скорости можно будет записать

$$\frac{v_\tau}{u} = \ln \frac{m_0}{m_\tau} .$$

Очевидно, что ракета достигнет тем большей скорости, чем меньше оставшаяся масса. Это печально, ибо неэкономно, но что поделаешь — такова природа. Хорошо уже то, что найдена лазейка, используя которую, можно достичь «скорости убега-ния» от планеты, хотя и дорогой ценой.

Но есть и еще одна возможность — увеличение относительной скорости выброса отработанного топлива. Вот что писал Циолковский по этому поводу: «Чтобы снаряд получил наибольшую скорость, надо, чтобы каждая частица продуктов горения или иного отброса получила наибольшую относительную скорость. Она же постоянная для определенных веществ отброса. Экономия энергии тут не должна иметь места: невозможна и не выгодна».

Итак, нужно постараться увеличить скорость выброса.

КАК ВЫБРАСЫВАТЬ МАССУ

...А утром в день гонок мистер Денди ... приказал погрузить на «Беду» два ящика сода-виски ... сорвал крышку с ящика, извлек бутылку — и хлоп в доньшко!

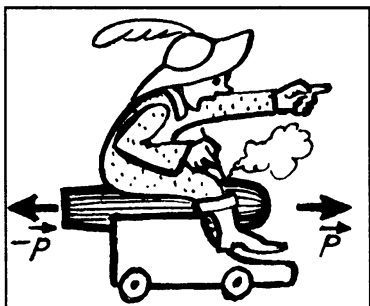
Пробка вылетела, как из пушки. При этом «Беда» получила такой толчок, что заметно продвинулась вперед... А я ... учел это и сделал должные выводы. Объяснил задачу, дал команду...

«Кормовая башня! Огонь!»

Три пробки залпом вылетают с громоподобным звуком, падают в море подбитые чайки, содовая льется, вода за кормой кипит ... Прямо Трафальгарская битва. А «Беда» между тем движется вперед по ракетному принципу ... И вот мы снова завоевываем ускользнувшую было победу...

А.Некрасов

Как же выбрасывать массу? В принципе, это можно сделать миллионом способов. Так, в одном из проектов Циолковского реактивная тяга должна была получаться в ре-



зультате выстреливания сферическими ядрами из имеющейся на борту космического корабля пушки.

А почему бы не использовать пулеметы для создания тяги? Если в секунду выбрасывается v пуль массой m_1 каждая со скоростью u , то, проводя рассуждения, аналогичные тем, что были в предыдущей главе, получим силу

тяги $F = v m_1 u$. Для старого «Максима» имеем $m_1 = 9$ г, $v = 600 \text{ мин}^{-1} = 10 \text{ с}^{-1}$, $u = 800 \text{ м/с}$, так что $F = 10 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \times \times 800 \text{ Н} \sim 70 \text{ Н}$. А в конце концов механик-пулеметчик может в экстазе выбросить в ту же сторону и пулеметные ленты, и сам пулемет – все это пойдет на пользу движению, так же, как в случае с капитаном Врунгелем.

Дальше – больше. Среди множества проектов был, например, «Орион» (рис.79). В геометрическом центре огромной прочной чаши взрываются поочередно доставляемые туда атомные бомбы. При взрыве каждой из них сначала возникает интенсивный выброс электромагнитной энергии в виде гамма- и рентгеновского излучений, видимого света и теплового излучения. Поглоще-

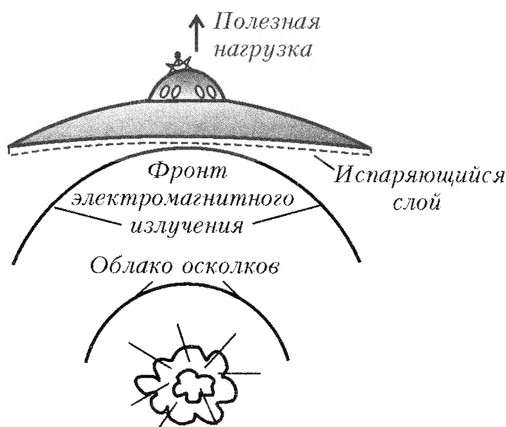


Рис. 79. Проект «Орион»: ускорение аппарата создается за счет последовательных взрывов атомных бомб

ние этой энергии, сопровождающееся испарением верхнего слоя обшивки космического корабля, сообщает аппарату импульс в желаемом направлении. Второе воздействие на корабль возникает, когда осколки бомбы достигнут поверхности чаши и, обладая высокой скоростью, передадут ей свой импульс. Серия из нескольких сотен таких взрывов сможет обеспечить ускорение большой полезной нагрузки и ее взлет с поверхности планеты. (Этот процесс можно сравнить с работой многоступенчатой ракеты, состоящей из мощных ступеней с малыми периодами работы.) Конечно, в этом проекте речь идет о громадном летательном аппарате размером в несколько километров (а может быть, даже и десятков километров).

В настоящее время задача разгона и выброса массы реализуется более обыденно: путем пропускания сильно нагретого газа через так называемое сверхзвуковое сопло. Такой вариант получения реактивной тяги — «силою действия струи газа, вытекающего из резервуара, в котором этот газ находится под давлением», — тоже рассматривался Циолковским.

Разберем этот процесс в упрощенном виде, который, однако, позволит сделать многие выводы. Для лучшего понимания нам понадобятся несколько уже встречавшихся нашим читателям понятий — таких, как поток массы, поток импульса и поток энергии. Они часто используются в физике.

Представьте себе речку, в которой вода течет со скоростью u и которая имеет площадь поперечного сечения (перпендикулярного скорости) S . Тогда за единицу времени через это сечение проходит масса воды, равная произведению $\rho u S$. Эта величина и называется *потоком массы*. Посмотрите, какие величины входят в ее выражение: плотность воды ρ умножается на объем uS , переносимый в единицу времени. Но каждая единица массы (точнее, масса каждой единицы объема) обладает и кинетической энергией $\frac{1}{2} \rho u^2$, и импульсом ρu . Значит, река переносит не только массу, но и эти величины тоже, причем *поток кинетической энергии* и *поток импульса* равны $\left(\frac{1}{2} \rho u^2\right) uS$ и $\rho u \cdot uS$ соответственно. В дальнейшем эти понятия будут нами использованы.

Пусть какая-нибудь жидкость (или газ) движется по каналу переменного сечения площадью S , зависящей от точки на оси x . Очевидно, что масса жидкости (или газа), проходящая через любое сечение S в единицу времени (поток массы), одинакова:

$$\rho u S = \mu = \text{const}.$$

Если плотность ρ постоянна, например течет несжимаемая жидкость, то это уравнение отражает совсем простую мысль: где канал шире, там течение медленнее, где уже – быстрее. В отличие от несжимаемой жидкости газ может расширяться, при этом его плотность уменьшается. Следовательно, при той же площади сечения канала скорость газа будет гораздо больше, чем скорость жидкости, что и требуется для наших целей. Теперь понятно, почему из ракеты должен выбрасываться именно газ.

Для простоты рассуждений будем считать газ идеальным и одноатомным. Это означает, что он подчиняется уравнению Менделеева – Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT, \text{ или } p = \rho \frac{RT}{M}$$

(здесь p – давление, $\rho = m/V$ – плотность, T – температура, M – молярная масса газа, а R – универсальная газовая постоянная) и что его внутренняя (тепловая) энергия равна

$$\frac{3}{2} \frac{m}{M} RT.$$

Далее положим, что в газе не происходит никаких химических реакций, тепло к нему ниоткуда не поступает и никуда от него не отводится. Тогда поток суммарной энергии газа, так же как и поток массы, должен сохраняться. Как это записать?

Каждая единица объема газа обладает во время движения кинетической энергией $\frac{1}{2} \rho u^2$ и тепловой энергией $\frac{3}{2} \rho R \frac{T}{M}$, поэтому потоки этих энергий равны $\left(\frac{1}{2} \rho u^2\right) uS$ и $\left(\frac{3}{2} \rho R \frac{T}{M}\right) uS$ соответственно. Кроме того, сила давления газа pS совершает в единицу времени работу $(pS)u$, что вызывает соответствующее изменение полной (кинетической и тепловой) энергии. Таким образом, поток суммарной энергии равен

$$\left(\frac{\rho u^2}{2} + \frac{3}{2} \rho R \frac{T}{M}\right) uS + pSu = \text{const},$$

или после деления на ρuS –

$$\frac{u^2}{2} + \frac{3}{2} \frac{RT}{M} + \frac{p}{\rho} = \text{const}.$$

Преобразуем это уравнение, подставив выражение для давления

газа из уравнения Менделеева – Клапейрона. Тогда получим

$$\frac{u^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{RT}{M} = \text{const} = \frac{5}{2} \frac{RT_0}{M}.$$

Здесь мы конкретизировали выражение постоянной, введя температуру T_0 , при которой газ покоится ($u = 0$).

Теперь, хорошенько поработав, нам пора получать «урожай». Из последнего уравнения видно, что если бы газ в процессе движения мог охладиться до $T = 0$, то было бы справедливо равенство $u^2 = 5RT_0/M$, так что газ приобрел бы самую большую скорость, равную

$$u_{\max} = \sqrt{\frac{5RT_0}{M}}.$$

При этом вся тепловая энергия газа перешла бы в кинетическую энергию его направленного движения.

Сделаем численную оценку. Допустим, нам удалось нагреть самый легкий одноатомный газ гелий ($M = 4$ кг/кмоль) до $T_0 = 3000$ К. Тогда его можно разогнать до скорости

$$u_{\max} = \sqrt{\frac{5 \cdot 8,31 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К}) \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ К}}{4 \text{ кг/кмоль}}} =$$

$$= 5,6 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 5,6 \text{ км/с}.$$

Эта скорость приблизительно в полтора раза меньше первой космической скорости, но вся прелесть в том, что ракета может набрать скорость, гораздо большую скорости истечения газа (см. предыдущую главу). Но остался вопрос относительно канала.

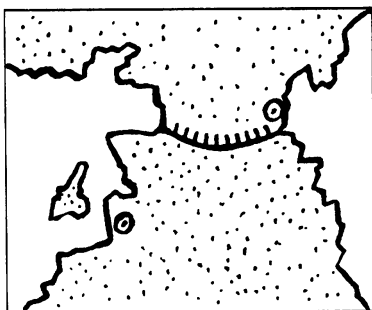
КАКИМ СДЕЛАТЬ КАНАЛ

Не пугайтесь. Это уравнение нам скоро понравится.

Однажды на лекции

Каким же сделать канал? Иначе говоря, каков должен быть закон изменения площади поперечного сечения S вдоль оси x , чтобы можно было достичь скорости u_{\max} ?

Выделим объем канала, заключенный между близкими друг к другу сечениями x и $x + \Delta x$, где площади равны S и $S + \Delta S$, а скорости, плотности и давления равны u и $u + \Delta u$, ρ и $\rho + \Delta \rho$, p и $p + \Delta p$ соответственно (рис.80). На участке Δx поток массы $\mu = \rho u S$ изменяет свой импульс под действием разности сил



давления, действующих вдоль оси x :

$$pS - (p + \Delta p)(S + \Delta S)$$

и проекции на эту ось силы давления, действующей со стороны стенки канала:

$$\begin{aligned} p \cdot 2\pi r(x) \Delta x \operatorname{tg} \alpha = \\ = p \cdot 2\pi r(x) \Delta r = p \Delta(\pi r^2) = \\ = p \Delta S. \end{aligned}$$

Запишем уравнение второго закона Ньютона для приращения импульса потока массы μ под действием указанных сил:

$$\mu(u + \Delta u) - \mu u = pS - (p + \Delta p)(S + \Delta S) + p \Delta S.$$

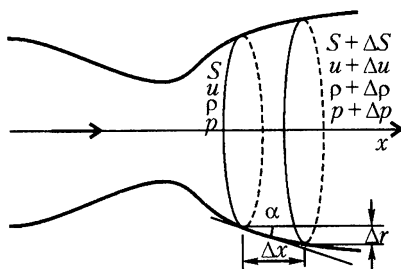
Отсюда

$$\mu \Delta u = -\Delta p S,$$

или

$$\rho u \Delta u = -\Delta p.$$

Тут начинается формальная обработка полученных результатов. Выпишем подряд следующие уравнения:



$$\rho u S = \text{const},$$

$$p = \rho \frac{RT}{M},$$

$$\frac{u^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{RT}{M} = \text{const},$$

$$\rho u \Delta u = -\Delta p.$$

Рис.80. Форма канала, в котором сжимаемый газ можно разогнать до сверхзвуковой скорости

Можно и полюбоваться, и прислушаться: тут вся динамика стационарного течения

идеального газа! Но вот что любопытно. Три уравнения выписаны в виде обычных алгебраических соотношений, а последнее – в виде малых приращений. И с этим ничего не поделаешь, поскольку ρ , p , и u изменяются вдоль канала. Поэтому последнее уравнение трогать не будем, а все другие запишем тоже в виде приращений (подробнее о том, как это сделать, в частности как найти малое приращение произведения изменяющихся вели-

чин, можно прочитать в Приложении) :

$$uS\Delta p + \rho S\Delta u + \rho u\Delta S = 0 ,$$

или

$$\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta u}{u} + \frac{\Delta S}{S} = 0 ,$$

$$\Delta p = \frac{R}{M}(T\Delta\rho + \rho\Delta T) ,$$

$$u\Delta u + \frac{5}{2} \frac{R}{M} \Delta T = 0 ,$$

$$\rho u \Delta u = -\Delta p .$$

Отсюда найдем связь между Δu и ΔS :

$$\frac{\Delta u}{u} \left(\frac{3}{5} \frac{u^2 M}{RT} - 1 \right) = \frac{\Delta S}{S} .$$

Отметим, что $\frac{5}{3} \frac{RT}{M}$ – это квадрат какой-то скорости. Обозначим его через a^2 , тогда в скобке будет выражение $(u/a)^2 - 1$. (На самом деле a^2 – это квадрат скорости звука в одноатомном газе при температуре T , но этот факт нам не понадобится. Просто будем помнить, что есть некоторая важная скорость a , зависящая от T . И этого нам здесь будет достаточно.)

Итак, что же видно из последнего уравнения? Если $u < a$, то скобка отрицательна, и для положительного приращения скорости ($\Delta u > 0$) приращение площади должно быть отрицательным ($\Delta S < 0$), т.е. площадь надо уменьшать. По мере увеличения u мы достигнем точки, где $u = a$. Здесь скобка обращается в ноль, и $\Delta S = 0$ при любом Δu , в том числе и положительном. И наконец, когда $u > a$, для дальнейшего роста u нужно обеспечить положительное приращение площади ($\Delta S > 0$), т.е. сечение канала должно увеличиваться. Это и есть качественное описание сопла, которое позволяет разогнать газ до большой скорости (в частности, до u_{\max} при $S \rightarrow \infty$ и $T \rightarrow 0$).

Закончить нам хочется словами К.Э.Циолковского, сказанными им в 1935 году: «...До последнего времени я предполагал, что нужны сотни лет для осуществления полетов с астрономической скоростью (8 – 17 км в секунду)... Но непрерывная работа в последнее время поколебала эти мои пессимистические взгляды; найдены приемы, которые дадут изумительные результаты уже через десятки лет». И он оказался прав.

А что же струя? Она осталась позади.

О НЕРАСЧЕТНОЙ СТРУЕ ПОЗАДИ

*Как невозвратная струя
Блестит, бежит и исчезает –
Так время жизни убегают...*

А.Пушкин

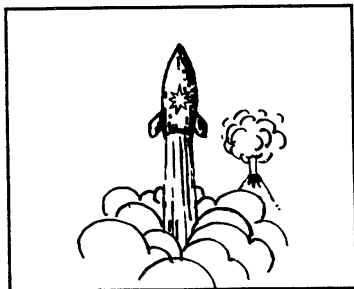
Итак, при помощи сопла мы можем превратить хаотическую тепловую энергию горячего неподвижного газа в кинетическую энергию направленного движения молекул.

Разумеется, любое сопло, создающее строго параллельный поток газа, имеет на выходе отнюдь не бесконечно большую площадь сечения. Пусть площадь выходного сечения (среза осесимметричного сопла) ограничена окружностью радиусом r_a . Поскольку эта площадь $S_a = \pi r_a^2 < \infty$, то параметры газа на срезе сопла тоже примут определенные значения: плотность ρ_a , давление p_a , температура $T_a > 0$, скорость звука c_a , скорость истечения $u_a < u_{\max}$, число Маха $Ma = u_a/c_a < \infty$. Как будет двигаться этот газ дальше?

Но зачем нам нужно это знать? Казалось бы, выбросили газ за срез сопла – и с глаз долой. Какое он имеет после этого отношение к летательному аппарату? Оказывается, имеет. Например, при стартах мощных космических кораблей наблюдаются громадные клубы дыма, порожденные огненными струями, которые ударяются о твердые поверхности стартовой позиции. При вертикальном взлете и посадке современных самолетов их струи (и не одна, а несколько – это нужно для обеспечения устойчивости и управляемости) поднимают вокруг аппарата целые фонтаны пыли, камней, которые несутся вверх к аппарату и бомбардируют его корпус. То же происходит и обязательно будет происходить при посадке космических кораблей на другие планеты, лишённые атмосферы. Во всех этих случаях выброшенные за срез сопла струи – отнюдь не «чужое»

для аппарата тело, это, можно сказать, его собственные ноги, при помощи которых он отталкивается при взлете или пружинит при посадке.

А для космического летательного аппарата, для воздушно-космического самолета, для космонавта за пределами корабля газовые струи являются наиболее эффективными управ-



ляющими органами. Действительно, в орбитальном полете аэродинамические рули (например, руль высоты или стабилизатор) становятся бессильными. Чтобы «задрать нос» воздушно-космического самолета, нужно выбросить массу газа в его носу вниз, а на хвосте – вверх, создав таким образом момент импульса относительно его центра масс. А затем не забыть повторить эти операции наоборот, чтобы по достижении нужного изменения «угла атаки» остановить возникшее вращение. Так же можно создать крен при помощи управляющих двигателей, расположенных на концах крыльев. В результате на одном летательном аппарате приходится располагать десятки управляющих двигателей, и десятки их струй взаимодействуют друг с другом, «лижут» поверхности собственного аппарата или другого при стыковке или расцепке. Вот почему интересно знать, что же происходит с газом дальше, после его выброса из сопла.

Пусть давление газа на срезе сопла больше, чем давление p_∞ в окружающем пространстве. Отношение этих давлений, называемое *степенью нерасчетности*, обозначим так: $n_a = p_a / p_\infty$. (Сам термин предполагает, что в расчетном случае оба давления одинаковы, а степень нерасчетности равна единице – этот случай был рассмотрен в главе «Самолет в озоне».) В рассматриваемом случае $n_a > 1$ дальнейшее поведение газа можно качественно описать так: попав в среду с меньшим давлением, порция газа, выброшенная из сопла, начнет расширяться, набирая скорость в радиальном движении. Обладая массой (значит, инертностью), она проскочит состояние равновесия, при котором сравнялись бы давления внутри этой массы и снаружи. Следовательно, давление внутри расширяющегося газа упадет ниже давления окружающей среды, и ее расширение прекратится. Теперь наружное давление начнет сжимать эту массу, загоняя ее обратно к оси. И вновь, набрав скорость в радиальном сжатии по направлению к оси, газ проскочит состояние равенства давлений; теперь сжатие остановится, когда давление внутри массы газа станет снова больше наружного и газ снова начнет расширяться, и ... Но поскольку при этом он обладает осевой скоростью (ради чего и сделано сопло), то граница рассмотренной порции газа прочертит в окружающей среде волнистую поверхность (что-то вроде колбасы с перетяжками), состоящую из последовательности так называемых *бочек*.

Сообщение об экспериментальном наблюдении такой периодической структуры сверхзвуковой струи в неподвижном возду-

хе впервые было сделано почти сто лет назад на заседании Академии наук в Вене тем самым Эрнстом Махом, которого мы уже неоднократно упоминали в связи со знаменитым числом Маха. Тогда еще и не думали о сверхзвуковых летательных аппаратах – тут физика намного опередила практику.

Попробуем на основании описанной качественной картины оценить длину этих «бочек» (рис.81). Для этого прежде всего

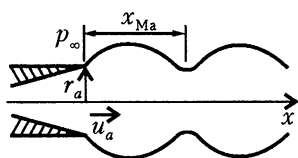


Рис.81. К оценке длины «бочки»

оценим приближенно период радиальных колебаний газа. Физик, наверное, будет рассуждать так. В задаче есть характерный масштаб расстояния – радиус сопла r_a и характерный масштаб возвращающей силы – внешнее давление, умноженное на характерную площадь: $p_\infty r_a^2$. (Не будь внешнего давления, газ расширился бы беспрдельно в пустоту, о чем пойдет речь ниже.)

Кинетическая энергия характерной массы, равной, например, массе газового шара, вырвавшегося из сопла ($m_a = \frac{4}{3} \pi \rho_a r_a^3$), равна $\frac{1}{2} m_a v_r^2 \sim \frac{1}{2} m_a \left(\frac{r_a}{\tau} \right)^2$. Здесь мы связали масштаб радиальной скорости с искомым периодом τ : $v_r \sim r_a / \tau$. А потенциальная энергия имеет порядок произведения масштабов силы на расстояние, т.е. $\sim p_\infty r_a^2 \cdot r_a$. Но, как известно, при колебательном движении осредненные за период потенциальная и кинетическая энергии одинаковы, т.е.

$$\frac{1}{2} m_a \frac{r_a^2}{\tau^2} \sim p_\infty r_a^3.$$

Отсюда получим следующую оценку для периода колебаний:

$$\tau \sim \sqrt{\frac{m_a}{p_\infty r_a}}.$$

Все эти рассуждения, возможно, показались бы удручающе туманными, если бы не результат. Вспомним шарик массой m на пружинке жесткостью k_Π . Как известно, период его колебаний

равен $\tau_\Pi = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_\Pi}}$, т.е. пропорционален корню квадратному из отношения массы к жесткости. Таким образом, мы могли бы прямо использовать эту пропорциональность, если бы сообрази-

ли, что «жесткость» в нашем случае газового шара имеет порядок $p_{\infty} r_a$.

Подставляя в формулу для периода выражение массы, используя определение степеней нерасчетности и закон Менделеева–Клапейрона $p_a = \rho_a \frac{R}{M} T_a$, получим $\tau \sim r_a \sqrt{\frac{n_a}{RT_a/M}}$, или, вводя скорость звука на срезе сопла $c_a = \sqrt{\chi RT_a/M}$ ($\chi = 5/3$ для одноатомного газа), получим $\tau \sim \frac{r_a}{c_a} \sqrt{\chi n_a}$. Наконец, учтем, что число Маха на срезе равно $Ma = \frac{u_a}{c_a}$, и, умножив обе части нашего приближенного равенства на характерную горизонтальную скорость истечения u_a , получим следующую оценку длины бочки струи:

$$x_{Ma} \sim r_a Ma \sqrt{\chi n_a}.$$

Но, конечно, это лишь оценка по порядку величины, качественно верно описывающая зависимость пространственной периодичности струи от параметров задачи. А чтобы сделать все точно, нужно решить систему уравнений динамики газа для случая осесимметричной струи, в которой газ течет не только в направлении оси, а еще может течь во все стороны. Конечно, решать ту систему придется на компьютере, а это уже дело вычислительной математики.

В ясном небе часто можно наблюдать длинные прочерки – следы, то белоснежные, то нежно-розовые в лучах зари. Не будь их, мы бы и не обратили внимания на самолет, летящий высоко и почти беззвучно, – он-то и порождает эти следы. Военные летчики времен Великой Отечественной войны вспоминают, что появление такого следа за самолетом в прифронтовых условиях означало почти верную его гибель: самолет становился видимым с расстояния в десятки километров. А иной раз именно этими следами пользовались для того, чтобы ввести противника в заблуждение: пролетев в некотором направлении на той высоте, где образуется видимый след, летчик затем переходил на другую высоту, где не происходит конденсации влаги на выхлопной струе двигателя, и спокойно летел уже в другом нужном ему направлении.

В мирное время этим явлением можно любоваться без дурных мыслей. Более того, можно это любование сопровождать полезными наблюдениями: как с течением времени след расплывается, его ось перемещается и изламывается в зависимости от направ-

ления и скорости ветра и, наконец, он исчезает. Значит, сидя на земле, можно получить информацию о распределении скоростей, о температуре, влажности воздуха на расстоянии в десятки километров. А можно попытаться узнать кое-что и о составе струи (см. главу «Самолет в озоне»).

А что будет происходить со струей ракеты, которая поднимается все выше, так что давление окружающей среды становится все меньше, стремясь к нулю? Очевидно, при этом все меньше будет внешняя сила, стремящаяся вернуть газ вновь к оси, он будет разлетаться все дальше от оси. И когда наружное давление станет равным нулю, т.е. $p_a \rightarrow 0$, первая же бочка струи станет бесконечно большой: газ будет улетать беспрепятственно в пустое пространство. Будет ли он при этом разгоняться без предела? Конечно, нет – ведь существует наибольшая скорость u_{\max} , которая, как мы уже видели, определяется начальным запасом тепловой энергии. Значит, в конце концов все порции газа будут двигаться почти с одной и той же скоростью, близкой к этой максимальной, а температура газа будет стремиться к нулю. Значит, и скорость звука в этом газе будет стремиться к нулю, а число Маха – к бесконечности? Таким образом, экспериментаторы имеют возможность (по крайней мере, принципиальную) создать поток со сколь угодно большими значениями числа Маха?! Но, как правило, когда открываются неограниченные возможности, тут-то и стоит насторожиться.

В самом деле, а будет ли при этом газ оставаться газом? Как следует из предыдущих рассуждений, при возрастании площади сечения струи плотность газа будет уменьшаться (ведь скорость ограничена значением u_{\max}) обратно пропорционально площади. Но при этом длина свободного пробега будет расти пропорционально площади. Не прекратятся ли столкновения молекул на конечном расстоянии от сопла?

Рассмотрим это явление на примере сферически-симметричного течения (одноатомного газа), в котором все параметры зависят только от расстояния от фиксированной точки и, следовательно, одинаковы на сфере любого заданного радиуса r . В частности, при некотором радиусе r_* скорость потока равна скорости звука c_* (следовательно, число Маха $Ma = 1$) – это критическое сечение. А при дальнейшем увеличении радиуса скорость потока будет расти, стремясь к u_{\max} . Площадь сечения такого потока равна площади сферы радиусом r : $S = 4\pi r^2$. Тогда получается, что далеко от источника потока плотность потока будет падать обратно пропорционально, а длина пробега расти прямо пропорционально квадрату радиуса. Эти утверж-

дения можно записать так: $(\rho/\rho_*)^{-1} = l/l_* = (r/r_*)^2$, где через l_* и ρ_* обозначены значения на сфере радиусом $r = r_*$.

Как известно, уравнение адиабаты для этого газа имеет вид $p/V^{5/3} = \text{const}$. Принимая во внимание уравнение Менделеева–Клапейрона $pV/T = \text{const}$ и учитывая, что объем обратно пропорционален плотности, получим следующую связь температуры с плотностью: $T/T_* = (\rho/\rho_*)^{2/3} = (r/r_*)^{-4/3}$. Значит, средняя тепловая скорость молекул будет изменяться по закону $\langle v \rangle / c_* \sim \sqrt{T/T_*} = (r/r_*)^{-2/3}$. Но это все присказка.

А вот и сказка (если не все знают, что такое адиабата): «Поели братья, спросили: «Есть тут кто? Отзовись». Смотрят – из-под печки вылезает не то вектор, не то скаляр, дробной цепью закованный. «Привет вам, благородные векторы! Я добрый волшебник Ади Аба Ата Коши Мак Лоран. Вот уже полжизни сижу я здесь под стражей злой Наблы-Яги за отрицание равнозначности»... Вывел Ади Аба Ата братьев на геодезическую линию, указал дорогу...» (из газеты МФТИ «За науку»).

И хотя упомянутая нами адиабата (с маленькой буквы) – нечто совсем непохожее на доброго волшебника Ади Аба Ату, можно все-таки сказать, что она тоже «указывает дорогу», по которой газ должен двигаться (например, на плоскости давление – объем) в том случае, когда к нему энергия ниоткуда не подводится и от него никуда не отводится. Но ведь это как раз и есть рассмотренный нами выше случай течения газа в сопле – вернитесь назад и еще раз убедитесь, что при выписывании закона сохранения потока энергии было учтено, что внешние источники или стоки энергии отсутствуют. Поэтому неудивительно, что адиабата уже содержится в полученных выше уравнениях динамики газа, как Ади Аба Ата под печкой.

Действительно, как было получено ранее, $-\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{5}{2} \frac{R \Delta T}{M} = 0$.

Подставим сюда $\Delta T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\Delta p M}{R} - T \Delta \rho \right)$ и учтем, что $\frac{\rho R T}{M} = p$.

Тогда приходим к уравнению, содержащему только давление и плотность газа: $\frac{\Delta p}{p} = \frac{5}{3} \frac{\Delta \rho}{\rho}$. Отсюда и видно, что $p \sim \rho^{5/3}$, или, поскольку плотность и объем газа обратно пропорциональны друг другу, $p \sim V^{-5/3}$.

Итак, как же найти тот радиус r_1 , начиная с которого, возможно, прекратятся столкновения молекул газа друг с другом? Представим движение любой молекулы в виде суперпози-

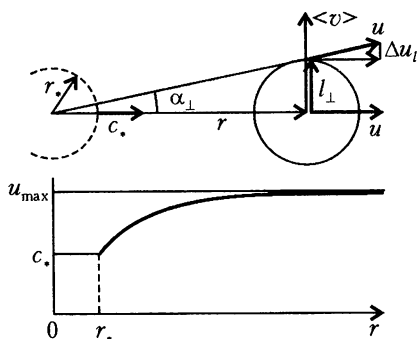


Рис.82. К вопросу о столкновении молекул

ции двух движений — движения с макроскопической скоростью газа, почти равной u_{\max} , и хаотического движения со средней тепловой скоростью (рис.82). Вектор второй скорости может быть направлен в любую сторону из точки «предпоследнего столкновения». Пролетев расстояние l в любую сторону, молекула, по определению длины свободного пробега, вновь

столкнется с другими, если газ все еще образует сплошную среду. А в каком случае не столкнется? Очевидно, если те другие молекулы, с которыми собиралась столкнуться наша выделенная молекула, будут убегать от нее быстрее, чем со средней тепловой скоростью; иначе говоря, если разность между макроскопическими (или переносными) скоростями газа в точке старта выделенной молекулы и в какой-либо точке на расстоянии l начнет превосходить среднюю тепловую скорость, т.е. $\Delta u_l \gtrsim \langle v \rangle$. Ну, а в каком направлении полета выделенной молекулы это происходит прежде всего? Ясно, что если выделенная молекула будет лететь вдоль радиуса вперед или назад, она обязательно столкнется с другими, так как модуль скорости газа почти достиг наибольшего значения. А вот если она вылетит поперек, то в этом направлении на расстоянии l_\perp разность макроскопических скоростей конечна из-за радиального разлета. Угол между этими радиусами-векторами будет порядка $\alpha_\perp \sim l_\perp / r$. Значит, модуль разности скоростей газа в двух точках на расстоянии l_\perp будет порядка $\Delta u_l \sim u_{\max} \alpha_\perp \sim u_{\max} l_\perp / r$. Таким образом, вот условие, из которого мы найдем то расстояние r_Γ от центра потока, начиная с которого молекулы перестанут сталкиваться друг с другом:

$$v \sim \frac{u_{\max} l_\perp}{r_\Gamma}.$$

Теперь нам пригодятся выписанные выше зависимости длины свободного пробега и средней тепловой скорости от радиуса. Подставляя их, получим

$$\frac{r_\Gamma}{r_*} \sim \left(\frac{l_*}{r_*} \frac{u_{\max}}{c_*} \right)^{-3/5}.$$

Тут мы рассуждали, как древние греки, которые очень любили доказательство от противного. Действительно, мы начали с предположения о том, что сплошная газообразная среда существует, и использовали соответствующие этому предположению понятия средней длины пробега, средней тепловой скорости. А затем получили, что, начиная с какого-то места, столкновения молекул могут прекратиться, т.е. поток может приобрести какие-то новые свойства, отрицающие первоначальное предположение.

А теперь сделаем численные оценки.

Наибольшая скорость одноатомного газа превосходит скорость звука c_* (в том месте, где число Маха равно единице) всего лишь в два раза. А вот средняя длина пробега на много порядков меньше радиуса источника. Действительно, если взять, скажем, этот радиус равным 1 см (что характерно для управляющих двигателей), а условия в этом месте близки к нормальным, когда $l_* \sim 10^{-7}$ м, то отношение $l_*/r_* \sim 10^{-5}$. Тогда сплошное течение начнет превращаться в свободномолекулярное, как следует из последнего соотношения, на расстояниях порядка $r_1 \sim r_* \times (10^{-5})^{-3/5} = 10^3 r_*$, т.е. порядка 10 м. Это в пределах летательного аппарата.

Начиная с этого места из-за прекращения столкновений остаток тепловой энергии газа перестанет превращаться в энергию направленного движения, температура перестанет изменяться (говорят, что ее значение «заморозилось»), значит, перестанет падать скорость звука. А поскольку не растет макроскопическая скорость газа, то «заморозится» и значение числа Маха. С последним явлением и столкнулись экспериментаторы, пытавшиеся разогнать газ до возможно больших значений Ма; оказалось, что без специальных ухищрений газ удастся разогнать до значения Ма всего лишь порядка нескольких десятков.

Итак, мы знаем теперь не только, как разогнать газ до возможно большей скорости, но и что с ним произойдет в струе, за срезом сопла.

Но сверхзвуковая струя оказалась еще интереснее.

Например, очевидно, что для достижения как можно большей скорости нужно повышать температуру в камере сгорания. Было решено добавить в топливо ракет металлический порошок (алюминия, бора, железа, ...). Может быть, вы видели, как при помощи смеси алюминиевого порошка и кристаллов марганцовокислого калия сваривают рельсы — настолько высо-

ка температура в зоне горения. И вот в результате в струях вместе с ускоренным газом появились частицы сконденсировавшихся окислов металлов, причем поток их массы вполне сравним с потоком массы газа. Так, при окислении алюминия образуются кристаллические модификации, называемые рубинами и сапфирами. Правда, размеры этих драгоценных частиц, образующихся в струях, невелики – порядка микрометров, так что уже хотя бы по этой причине они едва ли заинтересуют ювелиров и модниц.

А вот физиков твердого тела они заинтересовали. Если расширение продуктов сгорания в сопле сделать очень быстрым, то нужное вещество может не успеть сконденсироваться даже в частицы размером в микрометр, и получится очень мелкий (ультратонкий) порошок твердого вещества, которое другими способами и не размельчить до такого состояния.

А биологов заинтересовала возможность очень быстро и до очень низких температур охладить вирусы или микробы, увлекаемые сверхзвуковой струей, – ведь при разгоне до максимальной скорости температура струи стремится к очень малой величине T_r .

И для сельского хозяйства струя не бесполезна. Проводились опыты по шелушению зерна: ускоряясь струей, каждое зернышко попадает в условия резко падающего давления снаружи, и тот слой воздуха, который находится между зерном и его оболочкой (шелухой), резко расширяется и взрывает оболочку изнутри.

И в термоядерной энергетике будущего струя тоже рассматривается в качестве важного элемента: ее предполагается использовать для быстрой, но достаточно «нежной» транспортировки хрупких дейтериевых частичек в рабочую зону термоядерного реактора.

Как видим, сверхзвуковая струя оказалась даже прекраснее, чем у М.Ю.Лермонтова: «Под ним струя светлей лазури...». Так что, если вы еще не занялись исследованиями струйных течений для различных целей, советуем – немедленно займитесь!

Но для желающих двигаться вперед струя интересна в основном тем, что она уносит назад свой импульс (сопровождающийся, увы, и уносом массы).

ГДЕ ВЗЯТЬ МАССУ

Сравнительно недавно было обнаружено, что в воздухе, даже над океаном, на высоте 1–2 тысячи метров встречаются довольно плотные «слои» мелких насекомых, своеобразного воздушного планктона. Им-то и питаются птицы, фактически «дозаправляясь» в воздухе.

В.Кожохин

Но зачем нам насекомые? Окислитель, топливо – дело другое. Их приходится брать в полет и поднимать все эти тонны, которые в момент взлета, собственно говоря, и не нужны, а понадобятся лишь потом. А нельзя ли что-нибудь подбирать на дороге, как это делают птицы, совершающие перелеты в десятки тысяч километров? Конечно, топлива по дороге нет, но окислитель... Ведь атмосфера на одну пятую состоит из кислорода – самого классического окислителя! Да и азот пригодится – как нейтральная масса. Вот и родилась идея: не брать с собой в далекий полет абсолютно все, а хоть чем-то дозаправиться прямо в полете. К чести человека, эта идея родилась раньше, чем он (сравнительно недавно) узнал о бережливости птиц.

Например, прямоточный двигатель, рассмотренный нами ранее, является экономным «глотателем» воздуха, из которого он берет и кислород для сжигания своего (запасенного на борту) горючего, и азот в качестве инертного подогреваемого (и при этом расширяющегося) газа. Но прямоточный двигатель тут же расходует все, что потребляет. А что если расходовать не все, а откладывать «на черный день»?

Ясно, что при вертикальном взлете, проходя всю толщу атмосферы, можно захватить ограниченную массу столба атмосферы, которая, в расчете на 1 м^2 , равна $m_1 = p_0/g = 10 \text{ г/м}^2$. А летая горизонтально, можно «предоставить дело времени» и накапливать воздух сколько угодно. Космический летательный аппарат можно вывести на орбиту «пустым», а его «заправку» произвести уже на орбите, что существенно снизит массу ракеты-носителя.

Есть и другой вариант: на орбиту предварительно выводится аппарат-заправщик, который накапливает атмосферный газ. Через определенное время на орбиту выводится



космический аппарат с пустыми баками. Аппарат-заправщик «переливает» накопленный им газ в баки космического аппарата, после чего космический аппарат летит куда следует.

Итак, пусть отверстие воздухозаборника имеет площадь сечения S_{\perp} , а все, что располагается за ним (весь летательный аппарат), имеет меньшее сечение. При том «заглатываемая» воздухозаборником в единицу времени масса воздуха равна $q = \rho v S_{\perp}$. А в результате торможения захваченной массы аппарат будет получать отрицательное приращение импульса в единицу времени, равное $X = \rho v^2 S_{\perp} = qv$ (мы опять здесь пренебрегаем тепловыми скоростями молекул и считаем, что все они летят параллельно оси аппарата с его скоростью v).

Но для полета с постоянной скоростью v сила сопротивления должна уравниваться силой тяги двигателя $F = \mu u$. Отсюда $\mu = qv/u$. Напомним, что здесь μ – секундный расход выбрасываемой массы, u – скорость ее выброса относительно аппарата. Тогда внутри аппарата будет оставаться (накапливаться) в единицу времени масса $m'_t = q - \mu$. Считая, что полет происходит на постоянной высоте (плотность атмосферы постоянна), это выражение с учетом предыдущих можно записать в виде $m'_t \sim v(u - v)$. Правую часть этого соотношения можно изобразить графически как функцию от v и убедиться, что она

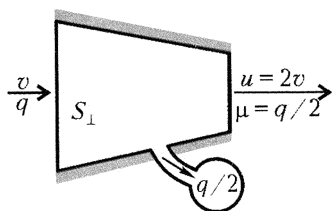


Рис.83. Орбитальный накопитель массы

максимальна при $v = u/2$. Значит, чтобы накопление шло как можно быстрее, нужно выбрасывать ровно *половину* захватываемой массы воздуха со скоростью, ровно *вдвое большей* скорости полета (рис.83). (Но что значит «ровно»? Конечно, как всегда в физике, в рамках принятых предположений. А мы молчаливо пренебрегли массой

сжигаемого топлива, которое окисляется захватываемым кислородом.) Если полет происходит с орбитальной скоростью $v \approx 8$ км/с, скорость струи относительно аппарата должна быть $u \approx 16$ км/с. Сразу ясно, что такую скорость истечения не сможет обеспечить обычная тепловая («химическая») ракета. Тут нужно что-то другое, например электрореактивный двигатель.

Нетрудно рассчитать, что на орбите высотой 100 км при площади воздухозаборника 1 м^2 можно накапливать в сутки приблизительно 200 кг воздуха. А ведь летать можно не одни сутки...

МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ДВИЖИТЕЛИ

А для межпланетного путешествия у меня есть кое-какие возможности: лучшие пороховой ракеты.

А Беляев

Ионный ускоритель. Если у вас есть старый телевизор – не выбрасывайте его! Ведь в нем летят к экрану электроны, разогнанные специальной пушкой кинескопа. Обладая массой и скоростью, они обладают импульсом. Достаточно разбить экран или сделать его дырявым, чтобы выпустить эти электроны, – и готов еще один реактивный движитель.

А можно разгонять той же пушкой не легкие электроны, а более тяжелые заряженные частицы: например, положительные ионы ртути, «приготовленные» из ее атомов (атомная масса ртути 201; значит, ион в $40 \cdot 10^4$ раз «тяжелее» электрона), или еще более массивные коллоидные частицы, тоже предварительно сообщив им заряд.

Рассмотрим ионный движитель. «Движитель» – это не опечатка. Это только часть двигателя (за вычетом, например, источника энергии), которая как раз и превращает энергию любого вида (тепловую, ядерную, электромагнитную) в нужную нам кинетическую энергию. Схема движителя (рис.84) совсем проста – это две параллельные плоскости, на одной из которых каким-то образом рождаются заряженные частицы, а другая, продырявленная, выпускает эти частицы, ускоренные разностью потенциалов U , приложенной между этими плоскостями. Левее левой плоскости показан напуск рабочего тела, из которого и образуются ионы.

Казалось бы, чего проще. Но что там на рисунке показано справа в виде треугольника? А это эмиттер (испуска-

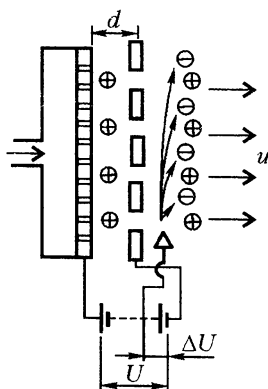


Рис.84. Схема ионного движителя

тель) электронов. Ведь если двигатель начнет выбрасывать только одни ионы, он приобретет равный по модулю заряд противоположного знака, а вместе с ним зарядится и весь двигатель (а значит, и спутник или межпланетный корабль, на которых и установлен этот двигатель) – ведь, в отличие от телевизора, заземлить его нельзя. Выброшенные ионы начнут тормозиться и возвращаться на корабль, тяга двигателя упадет до нуля. Следовательно, вдогонку ионам надо выбрасывать равный заряд электронов – вот и приделали к двигателю еще один электрод – эмиттер электронов. А масса электронов много меньше массы ионов (выше мы делали оценку), так что они легко устремятся за ионами сами, да еще им можно помочь дополнительной разностью потенциалов ΔU (не забыв правильно выбрать ее знак, как показано на рисунке, – ведь электроны отрицательны).

Попробуем построить приближенную теорию ионного двигателя.

На первый взгляд, это простой плоский конденсатор. Но – не совсем простой. Во-первых, он не пустой: пространство между его обкладками наполнено зарядами, ускоряющимися от одной пластины к другой. А каждый заряд порождает свое поле, так что можно наверняка сказать, что суммарное поле уже не будет однородным в пространстве, в отличие от пустого конденсатора. Но в любом случае, каким бы ни было это суммарное поле, скорость u заряда q , прошедшего разность потенциалов U , можно точно найти из закона сохранения энергии $\frac{mu^2}{2} = qU$:

$$u = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

А напряженность поля в любом случае (хотя бы из соображений размерности) будет иметь порядок (это уже приближенное соотношение!)

$$E \sim \frac{U}{d}.$$

Во-вторых, в рассматриваемом случае заряды пластин этого «конденсатора» не равны по модулю: с левой пластины ионы уходят, а на правую не попадают (нам ведь нужно выбросить их в космос).

Суммарный заряд ионов между пластинами имеет порядок $qnSd$, где S – площадь пластин, n – концентрация ионов. Значит,

на единицу площади пластин конденсатора приходится заряд плотностью $\sigma \sim qnd$, а создаваемое им поле (как поле заряженной «пластины») порядка

$$E \sim \frac{qnd}{\epsilon_0}.$$

Из двух последних соотношений имеем

$$nq \sim \frac{\epsilon_0 U}{d^2}.$$

Попробуем связать плотность тока ионного движителя j с разностью потенциалов U . Суммарный ток через все сечение движителя равен (сравните, например, с потоком массы)

$$jS = nquS = nqS\sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Отсюда получим

$$j \sim \frac{\epsilon_0}{d^2} \sqrt{\frac{2q}{m}} U^{3/2} \sim U^{3/2}.$$

Это так называемый закон трех вторых Чайлда – Ленгмюра. Он хорошо известен тем, кто занимался электронными лампами, но оказался полезным и для нас.

А что ж тяга? Теперь мы легко оценим и ее. В самом деле, если секундный расход массы равен $\mu = mnuS$, а каждый ион приобретает приращение скорости, равное u , то плотность потока импульса, или сила тяги в расчете на единицу площади пластин (плотность силы тяги), равна

$$\frac{F}{S} = \frac{\mu}{S} u = mnu^2.$$

Подставляя n и u из вышеприведенных формул, получим

$$\frac{F}{S} \sim \epsilon_0 \left(\frac{U}{d} \right)^2.$$

Но что это – сила тяги оказалась не зависящей ни от заряда, ни от массы ионов, ни от того, сколько их и до какой скорости их разогнали?! Да, это так.

Но тогда что же получается: казалось бы, можно приложить сколь угодно большую разность потенциалов U к электродам ионного движителя, расположив их на возможно меньшем расстоянии d , и получить любую заданную силу тяги? Увы, если напряженность поля становится слишком большой

($E \sim U/d \sim 10^6$ В/м), между электродами возникает разряд. Это и ограничивает возможности ионного движителя.

Сделаем численную оценку этих возможностей. Итак, пусть $(U/d)_{\max} = 10^6$ В/м. Тогда

$$\frac{F}{S} = \frac{(10^6)^2}{36\pi \cdot 10^9} \sim 10 \text{ Н/м}^2.$$

В отличие от максимальной тяги, скорость истечения реактивной струи, как видно из выражения для u , существенно зависит от массы иона, т.е. от выбора рабочего тела. Например, при разности потенциалов $U = 10^6$ В и в случае однократно заряженных ионов ртути получим

$$u_{\text{Hg}} = \sqrt{\frac{2qU}{m_{\text{Hg}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^6 \text{ В}}{201 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} \approx 10^6 \text{ м/с}.$$

В случае ионов водорода (протонов) эта скорость будет в $\sqrt{200}$ раз больше, т.е. $u_{\text{H}} \sim 1,5 \cdot 10^7$ м/с (при той же силе тяги, но при расходе массы водорода, в 200 раз меньшем, чем расход ртути).

Что же получилось? Хотя в ионном движителе нам удалось разогнать вещество в тысячу или даже в десять тысяч раз быстрее, чем при помощи газодинамического сопла, однако сила тяги невелика: целый квадратный метр сечения такого двигателя создает силу тяги всего порядка 10 Н. И к тому же это совсем «не бесплатно»: нужны источник разности потенциалов, устройство для ионизации, довольно прочная конструкция самой «коробки» — конденсатора и т.д. В результате вес всего двигателя (уже не только движителя) на Земле будет в тысячи раз больше, чем создаваемая им сила тяги. Естественно, такой двигатель нельзя использовать для старта с поверхности планеты.

Что же, значит, он бесполезен? Совсем нет. Хотя вызываемое им ускорение аппарата будет составлять малую долю ускорения земного тяготения, но если его заставить работать непрерывно много месяцев, в конце концов можно будет разогнаться до скорости даже больше той, которая получится при работе обычной «тепловой» ракеты, где за несколько минут сжигаются сотни тонн топлива. В результате для перелета с орбиты Земли на орбиту Марса ионный двигатель даже предпочтительнее «тепловой» ракеты — а уж потеря массы при этом окажется гораздо меньше. Но, конечно, только с орбиты на орбиту. А чтобы попасть с поверхности на орбиту Земли или спуститься с орбиты Марса на его поверхность, нужен, разумеется, не ионный

двигатель, а такой, который обеспечил бы подъемную силу, не меньшую, чем вес аппарата.

Радиоизотопный парус. А нет ли частиц, которые не нуждаются в разгоне? Такие частицы есть! Это продукты распада радиоактивных элементов. Известно, например, что при радиоактивном распаде изотопа полония-210 (^{210}Po) образуется альфа-частица (α -частица), имеющая скорость $1,6 \cdot 10^7$ м/с. Сравните: это такая же скорость, до которой можно разогнать ядро атома водорода (протон) разностью потенциалов в миллион вольт, а α -частица уже разогнана «бесплатно». Правда, неизвестно заранее, куда полетит эта новорожденная частица. Нам

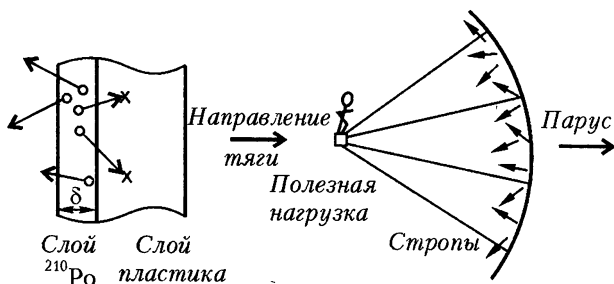


Рис.85. Схема радиоизотопного паруса

надо, чтобы она полетела в сторону, противоположную направлению нашего движения. Но это не проблема: нанесем слой ^{210}Po на какую-нибудь плоскую подложку (рис.85), тогда α -частицы, летящие в направлении этой подложки, будут ею поглощены, а в противоположную сторону они улетят свободно. Но не совсем свободно: те частицы, которые вылетят с поверхности слоя, улетят свободно, а вот те, которые стартуют со дна слоя, будут поглощены самим этим слоем. Значит, мы можем определить, какой толщины надо выбрать и подложку, и сам слой полония: первая должна быть достаточно толстой, чтобы она поглощала все α -частицы, летящие вправо на рисунке, а второй – достаточно тонким, чтобы α -частицы с его дна еще вылетали за его пределы влево. Остается измерить эти толщины (они называются длиной пробега в соответствующем материале). Измерения показали, что они равны $6,5 \cdot 10^{-6}$ м в самом полонии и $3 \cdot 10^{-5}$ м в пластмассе, из которой можно сделать подложку. Давайте и выберем толщину пластмассы равной длине пробега в ней α -частицы, т.е. $3 \cdot 10^{-5}$ м, а толщину слоя радиоактивного вещества – на порядок меньше длины пробега в нем, т.е. $6,5 \cdot 10^{-7}$ м,

чтобы почти все вылетающие частицы еще имели «приличную» скорость, а не были «на излете», напрасно растратив свою энергию на нагревание слоя. После этого, зная плотности пласт-массы и полония (2 г/см^3 и $9,2 \text{ г/см}^3$ соответственно), можно легко найти вес одного квадратного метра двухслойного паруса: $0,66 \text{ Н/м}^2$.

А от чего зависит его сила тяги? Конечно, хотелось бы, чтобы в единицу времени рождалось как можно больше α -частиц. Но тогда быстро кончился бы их запас, а вместе с ним и тяга. Это зависит от так называемого периода полураспада изотопа – времени, по истечении которого распадается каждый второй из имеющихся первоначально атомов радиоактивного вещества. Для ^{210}Po период полураспада составляет $\tau = 138$ суток. Оценим, сколько атомов распадается в начальный момент времени в выбранном нами слое толщиной δ и площадью S . Ясно, что число

всех атомов в этом слое равно $N = \frac{S\delta\rho}{M} N_A$, где ρ – плотность,

$M = 210 \text{ г/моль}$ – молярная масса изотопа, $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$ – постоянная Авогадро. Так как половина этих атомов должна распасться за время τ , то число их распадов в единицу времени

имеет порядок $\frac{N}{2\tau}$ (на самом деле это даже точное соотношение).

А поскольку из них только половина полетит в одну сторону (и создаст тягу), а половина – в другую (и будет поглощена), то это количество распадов в секунду надо бы еще разделить пополам.

Каждая вылетевшая α -частица обладает массой $m_\alpha = 6,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, следовательно, расход массы составит $\frac{N}{4\tau} m_\alpha$.

Для получения реактивной силы этот расход, как известно, нужно умножить на скорость вылета (относительно паруса). Но α -частицы могут вылетать под различными углами к плоскости паруса – от 0 до 90° , хотя бы и в нужную сторону, да еще и с различной глубины, да еще пройдя при этом в зависимости от угла различные расстояния внутри слоя и, следовательно, имея на его поверхности разные значения скорости. Однако для оценки порядка величины реактивной тяги достаточно просто умножить m на скорость α -частицы u_α , а точнее будет, если умножим на «осредненное по углу» значение $u_\alpha/2$. Итак, получим следующую оценку силы тяги:

$$F \sim \frac{N}{8\tau} m_\alpha u_\alpha = \frac{S\delta\rho}{8Mt} N_A m_\alpha u_\alpha.$$

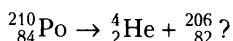
Тогда для тяги на единицу площади получим

$$\frac{F}{S} \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ Н/м}^2.$$

Значит, тяга изотопного паруса составляет малую долю, а именно $\sim 3 \cdot 10^{-5}$, его веса. Видно опять-таки, что мы получили двигатель малой тяги, хотя и малого расхода массы.

Однако и эта тяга не столь мала, чтобы ею мог пренебречь инженер-практик. Поэтому и рассматривались, как вполне реальные, проекты космического корабля с изотопным парусом (см рис.85).

Кстати, а во что же превращается полоний после распада? Для ответа достаточно написать ядерную реакцию с указанием не только атомной массы, но и атомного номера (заряда ядра) полония и α -частицы, которая есть просто ядро гелия ($\alpha \equiv {}^4_2\text{He}$):



Здесь мы учли законы сохранения массы (конечно, с точностью до так называемого дефекта массы) и заряда (совершенно точный закон). Теперь, взглянув на таблицу Менделеева, увидим, что номер 82 соответствует свинцу. Таким образом, после «выгорания» полония у нас останется пластмассово-свинцовый парус, из которого можно будет разве что изготовить дробь для охоты на других планетах, например, на «ядовитых рататув», упоминаемых в одном научно-фантастическом романе.

Фотонный двигатель и солнечный парус. А разве нет частиц еще более быстрых, чем ионы, разогнавшиеся в конденсаторе, или частицы, образовавшиеся при распаде радиоактивных изотопов? Конечно, есть. Это самые быстрые частицы – фотоны, кванты электромагнитного излучения, быстрее которых не бывает, поскольку они движутся со скоростью света $c = 300000 \text{ км/с} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Установим обычную электрическую лампочку в фокусе параболического зеркала (рис.86). Вся электрическая мощность W , подведенная к ней, преобразуется в свет и тепло. В свою очередь, тепло – это тоже, как и свет, излучение (невидимое инфракрасное), т.е. тоже кванты, но меньших частот, чем оптические. А каждый квант частотой ν имеет массу $m_\nu = h\nu/c^2$ и импульс $p_\nu = h\nu/c$, кото-

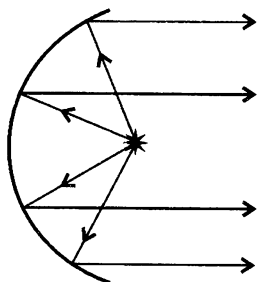


Рис.86. Схема фотонного двигателя

рый после отражения от параболического зеркала разворачивается параллельно оси параболоида. Если в единицу времени лампочкой излучается n'_ν квантов частотой ν , то полный импульс улетевших в единицу времени вдоль оси фотонов равен сумме импульсов всех фотонов:

$$P = \frac{\sum h\nu n'_\nu}{c}.$$

Но числитель этого выражения как раз и равен мощности лампочки, а секундный поток импульса как раз и есть сила тяги, так что

$$F = P = \frac{W}{c}.$$

Например, для привычной комнатной стоваттной лампочки получим силу тяги $F = 100 / (3 \cdot 10^8) \text{ Н} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$.

Интересно узнать, какое ускорение может сообщить эта сила летательному аппарату или хотя бы одному двигателю. Для этого, как известно, нужно силу разделить на суммарную массу самой лампочки, параболического зеркала, подводящих проводов, питающего ее источника (например, батареи аккумуляторов). Понятно, получится довольно малая величина, по сравнению с ускорением земного тяготения. Тем не менее, и это все-таки какая-то тяга! Теперь, зная это, не ощутите ли вы легкий толчок, включив в темноте фонарик? (Это шутка.)

Но зачем лампочка? Ведь вся Солнечная система пронизана квантами разных частот, излучаемыми ее центральным телом! Их можно повернуть назад, отразив от большого зеркала. А при зеркальном отражении каждого кванта зеркало получит импульс $p = 2h\nu/c$ при нормальном падении или $p = (2h\nu/c) \cos \theta$ — при падении под углом θ . Причем полученный зеркалом импульс будет направлен по нормали к поверхности зеркала независимо от того, откуда прилетел квант. Значит, имеется возможность управлять и величиной, и направлением силы тяги при помощи изменения угла установки плоскости паруса по отношению к направлению потока квантов.

Оценим наибольшую силу тяги паруса, расположенного на орбите Земли, где плотность потока солнечной энергии составляет $q_0 = 1400 \text{ Вт/м}^2$. Имеем

$$\frac{F}{S} = \frac{2q_0}{c} \approx 10^{-5} \text{ Н/м}^2.$$

А с удалением от Солнца эта величина будет уменьшаться. Легко

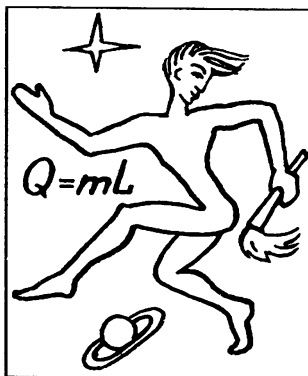
понять, по какому закону: ведь суммарный поток энергии через замкнутые сферы любого радиуса остается постоянным, значит, тяга будет падать с удалением от Солнца как квадрат расстояния. И тем не менее, как вычислили ученые, космический корабль массой в одну тонну может перелететь с орбиты Земли на орбиту Марса приблизительно за один год при помощи солнечного паруса диаметром в полкилометра, сделанного из алюминиевой фольги толщиной в один микрометр. Масса такого паруса составит около полутонны. Все это не так уж нереально, хотя пока что не опробовано. Попробуйте, когда станете взрослыми.

ЭНЕРГЕТИКА КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА

*Ох, нелегкая это работа –
Из болота тащить бегемота!*

К. Чуковский

В самом деле, какую надо затратить работу, чтобы вытащить бегемота на берег, переместив при этом его центр масс на высоту h (рис.87)? Всякий школьник скажет так: если масса бегемота m , а ускорение тяготения постоянно и равно g (при этом, конечно, пренебрегаем теми возмущениями поля тяготения, которые создаются неровностями берега и самим бегемотом), то сила, которую надо приложить к бегемоту, численно равна его весу mg , но направлена вверх, куда направлено и его перемещение. Значит, работа равна $A = mgh$ – самая привычная формула! (Конечно, она не учитывает затраты, например, на трение.) Но если бегемоту больше понравится пребывать в болоте, он может соскользнуть в него снова. Куда теперь денется затраченная нами работа? Она перейдет в другие виды энергии – пойдет на трение, сопротивление воды, волны на воде, раскачивание камышей, кинетическую энергию бегемота, а последняя, когда он остановится и все стихнет, все равно в конце концов перейдет в тепловую энергию. Тогда говорят так: вытященный бегемот (состояние Б) обладал по отношению к бегемоту в болоте (состояние А) большей потенциальной энергией: $\Delta\Pi = \Pi_B - \Pi_A = A$ (равной нашей работе по его вытаскиванию). Или: потенциальная энергия бегемота в болоте



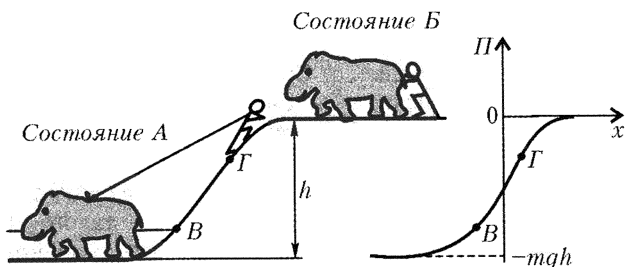


Рис.87. В постоянном поле тяготения кривая потенциальной энергии бегемота повторяет профиль берега

меньше на ту же величину ($\Delta\P$) по отношению к его положению на берегу. А последнюю мысль выражают еще так: бегемот в болоте (А) находится в потенциальной яме (по отношению к уровню Б) глубиной $-mgh$. Это и изображено на рисунке: нулевой уровень потенциальной энергии (по отношению к которому отсчитываются энергии в других состояниях) соответствует $\Pi = 0$, в болоте $-mgh$ (тут не надо путать тире, адекватное слову «есть», и «минус», указывающий, что это потенциальная яма).

Ну, а какова потенциальная энергия бегемота в других точках, например В или Г? Ясно, что она в точности повторяет профиль берега $y(x)$ и равна $\Pi = -mgy(x)$.

Все эти слова про бегемота сказаны с целью напомнить понятие потенциальной энергии в постоянном поле тяготения. Но что общего у космического летательного аппарата с бегемотом? Посмотрим.

Летательный аппарат массой m движется в поле тяготения, которое воздействует на него согласно закону всемирного тяготения Ньютона. Например, Солнце притягивает его с силой $F = -G \frac{mM_{\odot}}{r^2}$, где r – расстояние аппарата до Солнца, M_{\odot} – масса Солнца, G – постоянная тяготения. Если потенциальную энергию аппарата в поле тяготения Солнца на очень большом (бесконечном) расстоянии от него считать равной нулю (вспомним бегемота, удаленного из болота), то на любом расстоянии r мы можем записать

$$\Pi(r) = -G \frac{mM_{\odot}}{r}$$

и нарисовать потенциальную яму в виде гиперболы (рис.88). Тогда притяжение аппарата к Солнцу можно описать как стремление упасть в эту потенциальную яму. На рисунке изображено

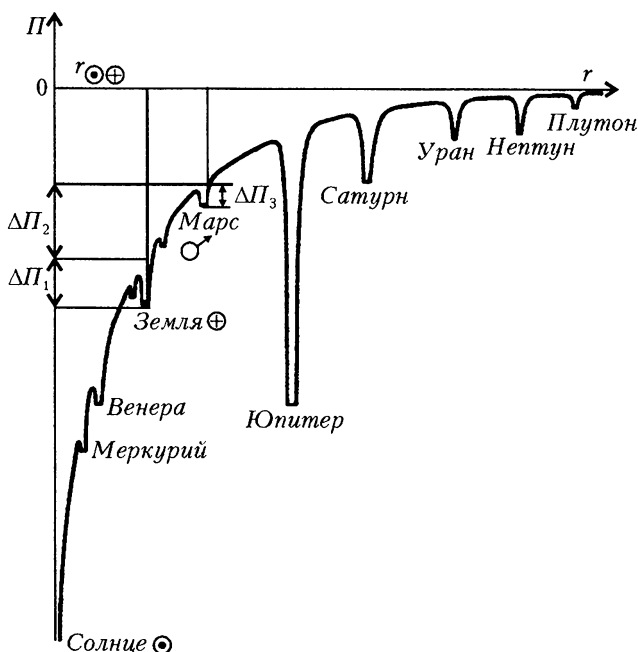


Рис.88. Потенциальная энергия тела в зависимости от расстояния до центра Солнца в случае «парада планет» (когда все они расположены вдоль одного луча)

еще несколько ямок поменьше – это потенциальные ямы планет, выстроившихся в «парад планет». А у Земли изображены еще две потенциальные ямки – это Луна, которая может оказаться и справа, и слева.

Теперь можно в терминах энергии следующим образом описать космический перелет, скажем с Земли на Марс. Прежде всего, нужно затратить работу на «вытаскивание» корабля из потенциальной ямы Земли, равную

$$\Delta\Pi_1 = G \frac{mM_{\oplus}}{R_{\oplus}},$$

затем – на преодоление склона потенциальной ямы Солнца между Землей и Марсом глубиной

$$\Delta\Pi_2 = GmM_{\odot} \left(\frac{1}{r_{\oplus\odot}} - \frac{1}{r_{\odot\text{Марс}}} \right),$$

затем... Но ведь затем аппарат сам «свалится» в потенциальную

яму Марса, как бегемот в болото, и даже выделится тепло! Да, но кому от этого легче? Наоборот, надо будет затрачивать теперь работу по торможению – ведь не бросают же человека в ведре в колодезь, который нужно отремонтировать, а опускают бережно, значит, опять-таки работают. И получается, что для спуска на Марс, у которого плотность атмосферы гораздо меньше, чем у Земли, надо затратить работу, равную, как минимум, глубине его потенциальной ямы

$$\Delta P_3 = G \frac{m M_{\sigma}}{R_{\sigma}}.$$

Итак, сколько же всего нужно поработать, чтобы доставить с поверхности Земли на поверхность Марса полезный груз? Проведем оценку в расчете на 1 кг груза, т.е. разделим все эти формулы на массу m . Тогда из наших рассуждений следует, что искомая работа не может быть меньше суммы этих трех энергий:

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 \approx (4 \cdot 10^8 \text{ Дж/кг}) m = \beta m = P_{\Sigma}.$$

Но где те добрые звери, которые, как это было в случае с бегемотом, затратили бы столько своих собственных джоулей (β) на перетаскивание каждого килограмма полезного груза с Земли на Марс? Увы, в космосе их нет, придется полагаться на свои силы. Значит, нужен собственный двигатель.

Уже сейчас мы можем оценить, если пользоваться услугами обычного топлива (химического источника энергии, выделяющейся при окислении горючего), сколько потребуется сжечь, например, керосина, чтобы доставить один килограмм полезного груза с Земли на Марс. Используя понятие удельной теплоты сгорания топлива L и предполагая еще, что все выделяющееся при сгорании тепло идет на совершение механической работы, получим (при сгорании керосина в кислороде $L \approx 4 \cdot 10^4$ кДж/кг)

$$\zeta = \frac{\beta}{L} \approx 10 \frac{\text{кг керосина}}{\text{кг полезного груза}}.$$

Это уже само по себе немалое количество, но тут еще конфуз: а кто будет работать над подъемом с Земли этих тонн горючего (а к нему еще и окислителя), необходимых для доставки одного килограмма полезного груза? Получается, нужно еще дополнительное топливо? А для подъема его – еще? Короче – целый снежный ком! Все это надо просуммировать, и хорошо, если, как говорят математики, сумма сойдется, т.е. не устремится к бесконечно большой величине.

Заранее знаем: сойдется. А то, что получится в результате, будет начальной массой ракеты.

И еще одна возможность. Вспомним – бегемот, соскользнувший обратно в болото, может остановиться в нем, не затрачивая усилий, за счет сопротивления воды, ила, водорослей. Точно так же, соскальзывая в потенциальную яму планеты назначения, можно использовать для торможения силу трения об атмосферу планеты (конечно, если таковая у планеты имеется).

Таким образом, уже для того чтобы только выбраться из потенциальной ямы планеты, нужно затратить немалую энергию в расчете на один килограмм массы.

Но нельзя ли на чем-нибудь сэкономить? Например, уже шла речь о том, что часть массы можно «подбирать на дороге» при полете в атмосфере. А что делать на Луне, Меркурии, где ее нет, или на Марсе, где она очень разрежена? Нельзя ли, например, источник энергии оставить на поверхности планеты, а космические корабли запускать, как-то передавая энергию им вслед?

Ученые уже предложили такие проекты. Будем светить вслед улетающей ракете мощным пучком лазера. Попадая внутрь сопла ракеты, его излучение поглощается определенным твердым веществом, которое испаряется и выбрасывается наружу навстречу лучу. Проходя через истекающий пар, луч еще дополнительно разогревает этот пар, что способствует его дальнейшему расширению. При этом расходуется только испаряемое вещество ракеты. Хорошая идея. Ею можно воспользоваться на планетах без атмосферы.

А что если вообще не брать на ракету и этого испаряемого лазером вещества? Давайте луч лазера фокусировать при помощи самого сопла с отражающими стенками в «точке», находящейся где-то внутри сопла. Мы не случайно взяли «точку» в кавычки: как известно, любую волну, в том числе и электромагнитную (каковой и является луч лазера), можно сфокусировать не в точке, а лишь в объеме с линейными размерами порядка длины волны λ . В этом объеме плотность энергии волны станет во много раз больше, чем у поверхности сопла. Таким образом, луч лазера (плотность потока энергии которого подобрана так, чтобы ее было недостаточно для испарения стенок сопла) в этом фокальном объемчике должен привести к электрическому разряду в газе, заполняющем сопло. (Это похоже, например, на пробой воздушного конденсатора или искрового промежутка в школьной электрофорной машине.) В результате такого искрового взрыва вокруг фокальной области образуется ударная волна (или распространяющийся скачок уплотнения), которая, дойдя

до стенок сопла, передаст ему импульс (как, например, в проекте «Орион»). Теперь нужно немного подождать, пока нагретый искрой газ будет выброшен из сопла, создав импульс тяги, и пока сопло-отражатель не наполнится вновь атмосферным газом. Этот процесс повторяется многократно. Таким образом, получился импульсный лазерный воздушно-реактивный двигатель. Конечно, он может работать только при взлете аппарата с планет, обладающих атмосферой. Но при этом, как видим, не нужно брать ни топлива, ни окислителя. Это уже не просто хорошая идея, а отличная идея!

А теперь давайте делать физические оценки. Прежде всего оценим, на какое расстояние можно послать энергию луча лазера. Пусть длина волны его излучения λ , а диаметр выходного отверстия D_{λ} . Не может быть, чтобы отношение λ/D_{λ} не имело какого-то физического смысла. Действительно, оно равно по порядку величины так называемому дифракционному углу $\theta \sim \lambda/D_{\lambda}$. Как бы мы ни хотели сделать луч цилиндром радиуса D_{λ} , он все равно будет постепенно становиться все шире и на расстоянии l от выходного отверстия основная часть энергии лазера пройдет через круг диаметром

$$D \approx D_{\lambda} + 2\theta l \approx D_{\lambda} + 2 \frac{\lambda}{D_{\lambda}} l.$$

Узнаем, на каком расстоянии площадь сечения луча увеличится, например, на порядок, т.е. диаметр станет приблизительно втрое больше. Полагая $D = 3D_{\lambda}$, из последнего соотношения получим $l \sim D_{\lambda}^2/\lambda$. Для случая $D_{\lambda} \sim 1$ м и $\lambda = 10,6$ мкм (инфракрасное излучение так называемого CO_2 -лазера) получим $l \sim 100$ км. Если диаметр сопла (цилиндра из испаряемого углерода) порядка одного метра, то при расстояниях ракеты от наземного лазера больших, чем полученное, использовать лазерный луч уже неэкономично: львиная доля излучения не будет попадать в сопло ракеты (даже если пренебречь потерями энергии на поглощение в воздухе).

Итак, при использовании наземного лазера разгон ракеты до космической скорости надо осуществить на расстоянии порядка 100 км. Если приближенно считать движение равноускоренным, то время разгона составит $\tau \sim 2l/v_1 \sim 10$ с (здесь v_1 — первая космическая скорость), следовательно, ускорение должно иметь порядок $a \sim v_1/\tau \approx 8 \text{ км/с}/10 \text{ с} \approx 80 g$. Значит, сила тяги должна существенно (на один-два порядка) превышать вес ракеты, так что последний в дальнейшем можно не учитывать.

Наконец, оценим мощность лазера, необходимую для вывода

на орбиту единицы массы. Полную мощность легко найти, по крайней мере, в начальный момент времени (индекс «0»). Тогда сила тяги должна быть $a_0 m_0$, а мощность струи испаряющегося вещества $P_0 = a_0 m_0 u$. Согласно формуле Циолковского, конечная масса m_1 , достигшая скорости v_1 , равна $m_1 = m_0 e^{-v_1/u}$. Значит, искомая удельная мощность лазерной установки должна быть не меньше чем

$$\frac{P_0}{m_1} = a_0 u e^{v_1/u}.$$

Интересно, что один из сомножителей растет пропорционально скорости истечения, другой (экспонента) убывает с ее увеличением. Значит, может существовать такое значение этой скорости, при котором потребная удельная мощность достигает минимального значения, что практически очень важно. Действительно, как можно показать, это значение в точности равно v_1 . В таком случае

$$\frac{P_0^{\min}}{m_1} = a_0 u e \sim 80g \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ м/с} \cdot e \sim 10^7 \text{ Вт/кг}.$$

Значит, для вывода на орбиту массы $m_1 = 100$ кг нужна мощность не менее 10^9 Вт = 1 ГВт (гигаватт), сравнимая с мощностью Братской ГЭС, но довольно скромный запас испаряемого вещества: $m_0 - m_1 = m_1 (e - 1) \approx 200$ кг.

Таким образом, по потребной мощности этот проект можно назвать дерзким – хотя почему бы гидроэлектростанции не поработать десять секунд для вывода массы на орбиту?

Но все ли возможности, которые предоставляет физика, мы использовали при оценке перспективных источников энергии космического летательного аппарата? Что, если... Как известно, массе m_0 соответствует энергия $E = m_0 c^2$. Из этого соотношения видно, что самая большая удельная энергия, которую можно получить, равна $E/m_0 = c^2 = 9 \cdot 10^{16}$ Дж/кг. Если ухитриться ее «выкачать из вещества», то, например, для доставки на Марс полезной массы m потребовалось бы всего лишь

$$\frac{P_{\Sigma}}{c^2} = \frac{4 \cdot 10^8 \text{ Дж/кг} \cdot m}{9 \cdot 10^{16} \text{ Дж/кг}} \approx 5 \cdot 10^{-9} \cdot m$$

такого «топлива» (величину P_{Σ} мы взяли из предыдущих оценок). Например, для доставки солидного груза в тысячу тонн ($m = 10^6$ кг) нужно было бы всего 5 миллиграммов! Это настолько заманчиво, что стоит подумать серьезно. И физики начали думать.

Прежде всего, такие реакции, в которых происходит полное превращение вещества в энергию, существуют: это, например, взаимодействие электрона с позитроном (антиэлектроном), протона с антипротоном. Последняя реакция наиболее предпочтительна для создания тяги, поскольку в результате аннигиляции (уничтожения протона и антипротона) образуются не гамма-кванты, которые трудно повернуть в одну сторону, а частицы, обладающие массой, а именно, от трех до семи нейтральных и заряженных пионов. Нейтральные пионы существуют всего лишь $9 \cdot 10^{-15}$ с, поэтому они почти мгновенно распадаются на два высокоэнергичных гамма-кванта (с энергией $h\nu = 200$ МэВ), а заряженные пионы «живут» $2,6 \cdot 10^{-8}$ с в своей системе координат. Но поскольку они разлетаются (равновероятно во все стороны) со скоростью $v = \beta c = 0,94c$, то время их жизни в «лабораторной» системе увеличивается и равно $\tau_{\pi} = \frac{\tau_{\pi}^0}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 7 \cdot 10^{-8}$ с (вспомним известный «парадокс близнецов»: один брат с субсветовой скоростью летит в космосе и остается молодым, другой – житель Земли – за это время превращается в старика). При этом длина пробега пиона до распада составит $\tau_{\pi} \cdot \beta c = 21$ м. Таких времени жизни и длины пробега пионов вполне достаточно для того, чтобы успеть собрать их в «камере сгорания» с помощью магнитного поля (за счет известной нам силы Лоренца) и преобразовать описанный микровзрыв протона и антипротона в направленный поток импульса. А при распаде заряженных пионов образуются заряженные мюоны высоких энергий, обладающие еще большими временами жизни и длинами пробега, что облегчает процесс получения тяги.

Итак, имеет смысл подумать, как можно получить антипротоны и хранить их до того момента, когда они понадобятся для создания тяги летательного аппарата.

К настоящему времени уже получено и сохраняется некоторое количество антиматерии. Например, в Европейском центре ядерных исследований с помощью пучка протонов, ускоренных до энергии 26 ГэВ, получают антипротоны с энергией 3,5 ГэВ и обеспечивают хранение миллиона миллионов (10^{12}) этих антипротонов в накопительном антипротонном магнитном кольце.

Много это или мало? Масса одного антипротона равна массе протона, т.е. ядра атома водорода. Значит, 10^{12} антипротонов имеют массу $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 10^{12} = 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ кг}$. При их аннигиляции с равным числом протонов высвободится энергия

$2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ кг } (3 \cdot 10^8)^2 \text{ м}^2/\text{с}^2 \approx 300 \text{ Дж}$. Это энергия двухпудовой гири, поднятой на высоту в один метр. Если ее уронить на ногу (лучше не надо), можно убедиться, что это уже вполне ощутимая макроскопическая энергия. Конечно, для полетов этого маловато (а стоит это много миллионов долларов), но важно, что первая задача получения антивещества принципиально уже решена.

Далее, чтобы хранить полученные антипротоны на борту летательного аппарата, надо придумать что-то более компактное и легкое, чем наземное оборудование ядерной физики. Прежде всего, нужно из антипротонов получить нейтральные атомы. Поскольку заряд антипротона отрицателен, для построения атома привычный электрон не годится: нужна положительно заряженная частица – позитрон. Если заставить пучок позитронов двигаться параллельно пучку антипротонов с такой же скоростью, то их взаимное притяжение приведет к образованию атома (только уже не водорода, а антиводорода). Эти атомы можно затормозить при помощи встречного лазерного излучения, захватить в ловушку, охладить, дать превратиться в молекулы антиводорода, а образовавшийся молекулярный газ конденсировать в антиводородный лед.

А этот лед, так же, как и твердый водород, является диамагнетиком; следовательно, в отличие от ферромагнетика (например, железного стержня), он будет не втягиваться в электромагнитную катушку, а выталкиваться из нее. Значит, шарики антиводородного льда можно подвесить в неоднородном магнитном поле у края катушки, чтобы они (избави и сохрани!) не коснулись как-нибудь стенок из обычного вещества.

Иначе произойдет то, что произошло с инженером Арбеном в фантастической повести В. Михановского «Двойники»: заботливый приятель-физик Ньюмор по доброте душевной создал из небольшого количества антимагнии двойника Арбена – Альву, чтобы сделать последнего носителем всех пороков (антикачеств) инженера. Но Альва бродил по миру, конечно, жаждая воссоединиться со своим слишком положительным двойником. И вот однажды на городской площади «...когда Арбен понял, в чем дело, было поздно. Навстречу инженеру двигался его двойник, его вторая половина – Альва... Взрыв прозвучал приглушенно. На месте вспышки поднялся вверх бурый гриб средних размеров... Облако странной формы, собравшее большую толпу, постепенно рассеивалось, вытягиваясь в высокий столб, расширявшийся кверху... Только теперь люди подумали об опасности

радиации...— Тех, кому жизнь дорога, прошу очистить площадь,— резко сказал Ньюмор» .

Итак, пусть создано магнитное поле такой конфигурации, что наши очень дорогие и очень опасные крупинки антиводородного льда устроились в потенциальной ямке так же уютно, как шарик в чашке. Но как ими можно воспользоваться, как их по нашему желанию доставать из этой ямки? Можно, например, сообщить крупинке электрический заряд, освещая ее каким-нибудь излучением,— так еще на заре новой физики поступил Милликен, когда ему понадобилось уравновесить капельку масла в конденсаторе при измерении заряда электрона. Теперь заряженную крупинку антиводорода уже легко извлечь из потенциальной ямки при помощи электрического поля и направить ее в «камеру сгорания», где она встретится со своим «двойником» — обычным водородом — и в результате аннигиляции выделит колоссальное количество энергии, в расчете на единицу массы равное c^2 .

Как видим, непросто, недешево и небезопасно получать и хранить антивещество. Зато вместо тысяч тонн керосина, жидкого кислорода, жидкого водорода или других компонентов современного химического топлива можно было бы иметь всего лишь несколько граммов антиводорода, чтобы перемещаться в пределах всей Солнечной системы. Игра стоит свеч.

Как сказал не без зависти один историк, «...если бы физики не были так дерзки в своей профессии, много ли достигла бы физика?».

ЭТОТ УЖАСНЫЙ КОСМИЧЕСКИЙ ХОЛОД

- Нет уж. Была ночка и похолоднее!
- Откуда ты знаешь?!—удивился Орел.
- А вот и знаю,— упрямо сказал Ворон.— Была ночка и похолоднее.

Ирландский фольклор

В фантастике можно встретить почти все. Например, в «Маракотовой бездне» Конан Дойля используется премилая гипотеза о том, что вода на любой глубине не оказывает никакого давления, и ничего — получился отличный роман с Атлантидой, древними греками, любовью и приключениями. Но мы-то уж знаем: будь прав Конан Дойль, не плавали бы корабли и не летали бы дирижабли, ибо не был бы верен закон Архимеда.

О космическом холоде много сказано и инженерами, и фантастами. Например:

«Холод мирового пространства оказывается скорее полез-

ным, так как отпадает необходимость взятия с собой охлаждающих веществ и устройств» (Валье М. «Полет в мировое пространство»).

«Стиснув зубы, закрыв глаза, Светлана с остервенением рванула рукоятку (люка космического корабля)... ни вскрикнуть, ни пошевелить рукой она не успела. Смерть от космического холода была быстрее мысли. И вместе с нею мгновенно превратились в перемороженный лед незащищенные тела луиан» (Фрадкин Б. «Тайна астероида 117-03»).

«Соколовский, как человек опытный, прежде всего осмотрел его одежду – нет ли разрывов. Малейшая дыра могла быть смертельна: мировой холод моментально превратил бы тело профессора в кусок льда» (Беляев А. «Звезда КЭЦ»).

Итак, холодно ли в космосе? А что значит «холодно»? Давайте уточним это понятие. Будем считать, что при «холоде» от нас уходит много тепла в единицу времени – например, Q джоулей в секунду. А так как одни из нас могут быть маленького роста, другие великаны, то лучше смотреть, много ли тепла уходит в единицу времени с единицы площади. В качестве меры «холода» примем отток тепла в одну секунду с одного квадратного метра поверхности нашего тела:

$$\frac{Q}{S} = q.$$

На Земле мы научились почти не думать о том, почему нам, собственно, не очень жарко: скорее, живя в умеренном климате, мы думаем о том, чтобы не мерзнуть (заботимся о шубах, шапках и т.д.). А станет жарко – к нашим услугам мороженое, морские пучины, ветер в лицо. Движение воды, воздуха, лед – все это немедленно и привычно обеспечивает достаточную величину q . Окружающая среда омывает поверхность любого нагретого тела и уносит тепло. (При некоторой изобретательности вы можете даже сфотографировать над собой столб дрожащего воздуха, похожий на марево над горизонтом в жаркий день.)

А что делать, если жарко станет в космосе? В вакууме – ни воздуха, ни воды, и жалко что-либо выбросить за борт корабля. Остается одно: излучать тепло. Этот процесс наблюдается и на Земле: излучают электропечь, костер (в этом легко убедиться,



заслонив лицо рукой). Но на Земле с этим процессом успешно конкурируют теплопроводность (передача тепла при наличии разности температур у соприкасающихся неподвижных тел) и конвекция (унос тепла с движущейся массой). В космосе излучение – единственный способ охлаждения. Ясно, чтобы больше излучить, надо сильнее нагреться. Этот парадокс – чтобы быстро охладиться, надо перегреться – связан с известным законом Стефана – Больцмана

$$q = \sigma T^4.$$

Здесь σ – физическая постоянная, значение которой известно: $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$. Знак равенства в этой формуле имеет место только для так называемого абсолютно черного тела, а реально всегда

$$q < \sigma T^4.$$

Из закона Стефана–Больцмана видно, насколько быстро растет теплоотвод с увеличением температуры T излучающего тела: T увеличится в 3 раза – q возрастет в $3^4 = 81$ раз (почти в сто раз!). Надо помнить только, что температура T измеряется в кельвинах.

А дальше, чтобы в чем-то убедиться, нужно считать.

Необходимо отметить, что охлаждение может вызываться и испарением воды, содержащейся в организме, с открытой поверхности тела. Мы не будем здесь учитывать этот эффект, считая, например, что рассматриваемое нами тело помещено в плотно прилегающий идеально прозрачный полиэтиленовый мешок.

В живом организме происходят процессы, приводящие к выделению тепла (Q^+). Установлено, что вместе с пищей человеку умственного труда нужно потреблять в сутки 3000 ккал, а человеку физического труда – 5000 ккал. Так как в космосе, по-видимому, придется быть и тем и другим, примем в качестве рациональной диеты 4000 ккал/сутки, из которых пусть $1/4$ превращается в мышечную энергию, а $3/4$, т.е. 3000 ккал/сутки, остаются в виде тепла Q' , подлежащего излучению. Выразим Q' в единицах СИ:

$$Q' = \frac{3 \cdot 10^3 \text{ ккал/сутки} \cdot 10^3 \text{ кал/ккал} \cdot 4,2 \text{ Дж/кал}}{24 \text{ ч/сутки} \cdot 3600 \text{ с/ч}} \approx 150 \text{ Вт}.$$

Далее оценим поверхность нашего тела S . Как это сделать? Можно представить себя цилиндром высотой h , равной росту

(пусть для школьника $h = 1,5$ м), а радиус цилиндра r подобрать так, чтобы получился объем тела (рис.89). Этот объем, если его выражать в литрах, численно равен массе тела m в килограммах (вспомним, что при вдохе мы плаваем, при выдохе тонем, значит, плотность тела близка к плотности воды). Тогда для $m = 50$ кг получим $r = 0,1$ м, $S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 1$ м². (Конечно, человек гораздо сложнее, но для физических оценок это годится.)

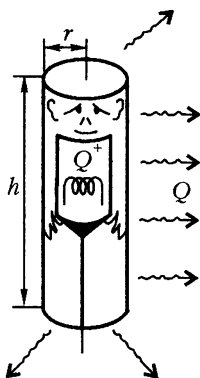


Рис.89. Модель человека в виде цилиндра. Внутреннее тепловыделение «сбрасывается» в вакуум только излучением со всей боковой поверхности

Пусть теперь модель человека – водяной цилиндр, обладающий нормальной температурой $T = 37^\circ\text{C} = (273 + 37) \text{ K} = 310 \text{ K}$ с постоянным тепловыделением $Q' = 150$ Вт – неожиданно оказывается в совершенно открытом космосе. Причем на нее не падает излучение звезд, планет или других тел (очевидно, это «самый холодный» случай). Как она тогда будет охлаждаться? В одну секунду с ее поверхности будет излучаться энергия $Q = \sigma T^4 S = 525$ Вт. Эта потеря частично восполняется внутренним тепловыделением Q' , так что суммарная потеря тепла равна $Q - Q' = 375$ Вт. Интересно, за какое время τ средняя температура модели может упасть, например, на $\Delta T = 2\text{K}$? Теплоемкость водяного цилиндра равна $mc = 50 \text{ кг} \cdot 1 \text{ ккал}/(\text{кг} \cdot \text{K}) \approx 200 \text{ кДж/K}$. Предполагая потерю тепла излучением постоянной, получим

$$\tau = \frac{mc\Delta T}{Q - Q'} = \frac{200 \cdot 10^3 \text{ Дж/К} \cdot 2 \text{ K}}{375 \text{ Дж/с}} > 15 \text{ мин}.$$

И это только при охлаждении с 37 до 35°C ! Таким образом, до мгновенного («быстрее мысли») превращения в «перемороженный лед» еще очень далеко даже в этом «самом холодном» случае (попробуйте рассчитать установившуюся температуру при $\tau \rightarrow \infty$).

А теперь будем считать, что мы находимся на орбите Земли. Найдем равновесную температуру T_p нашего тела, если оно излучает не только выделяемое изнутри тепло, но и то тепло $q_0 \frac{S}{2}$, которое поглощается в одну секунду половиной нашего тела, обращенной к Солнцу. Известно, что поток солнечного излучения на орбите Земли, так называемая солнечная постоянная

ная, равен приблизительно $q_0 = 1400 \text{ Вт/м}^2$. Имеем уравнение

$$q_0 S_{\perp} + Q' = \sigma T_p^4 S \quad (\text{здесь } S_{\perp} = 2rh),$$

из которого получаем

$$T_p = \left(\frac{1400 \cdot 0,3 + 150}{5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 1} \right)^{1/4} \text{ К} = 317 \text{ К} = 44 \text{ }^{\circ}\text{С}.$$

А при $S_{\perp} = 0,5 \text{ м}^2$ температура $T_p = 350 \text{ К} = 77 \text{ }^{\circ}\text{С}$.

Эти температуры гораздо выше той, которую могут позволить нам врачи. Конечно, можно ту половину тела, которая облучается

Солнцем, сделать зеркальной (но тогда она и не будет ничего излучать), а другую, с которой должно отводиться внутреннее тепло организма Q' , — абсолютно черной (рис.90). Но этот пестрый костюм арлекина будет свидетельствовать скорее о боязни изжариться, чем замерзнуть в признанном царстве ужасного вечного холода.

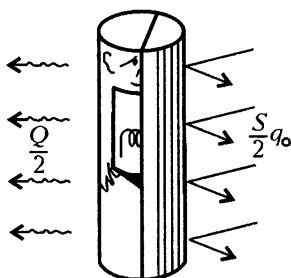


Рис.90. Одна половина человека-цилиндра излучает, другая сделана зеркальной, чтобы отражать солнечные лучи

Здесь уместно вспомнить, что «кусочек космоса» (впрочем, довольно неглубокий вакуум) используется в сосуде обычного термоса в качестве лучшей теплоизоляции; его стенки сделаны блестящими, отражающими, чтобы ничего не поглощать и не излу-

чать. Таким образом, почти полное отсутствие вещества в вакууме само по себе является лучшей шубой.

Ну, а если нам нужно охладить не собственное тело с жалкой печкой ($Q' \sim 150 \text{ Вт}$) внутри, а громадный космический корабль с мощным ядерным реактором для полетов в Солнечной системе? Допустим, у вас есть реактор, который выделяет в секунду тепловую энергию порядка десяти миллионов киловатт ($W = 10^{10} \text{ Вт}$). Часть ее, $\sim 10\%$, превращается в энергию реактивной струи, осветительных лампочек, радиоволн и других полезных вещей. А почему не вся? Это запрещает сделать важный закон, именуемый теоремой Карно: если вы хотите получить полезную работу за счет беспорядочной тепловой энергии, нужно обеспечить не только «горячий конец» T_1 тепловой машины (температура источника мощности, например ядерного реактора), но и «холодный» $T_2 < T_1$. И тогда в лучшем случае коэффициент полезного действия этой машины будет

равен

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} < 1.$$

(Это выражение похоже, например, на относительное изменение энергии при падении воды с высоты h_1 до высоты h_2 : $\frac{mgh_1 - mgh_2}{mgh_1} = \frac{h_1 - h_2}{h_1}$. Сам Карно использовал эту аналогию, но надо помнить, что это только аналогия.)

Чтобы тепловая машина работала (т.е. выполнялось условие $\eta > 0$), нужен перепад температур между нагревателем и холодильником. Хорошо бы приблизить T_2 к нулю или T_1 к бесконечности; тогда КПД был бы близок к единице, а это древняя мечта техники. Но температура реактора T_1 не может быть слишком высокой, она ограничена хотя бы плавлением материалов. А уменьшать T_2 особенно гоже нельзя, ведь для интенсивного охлаждения нужно, наоборот, увеличивать T_2 . Компромиссное решение дает $\eta \sim 10\%$. Пусть, например, $T_1 = 2000$ К (такие металлы, как вольфрам, при этом не плавятся). Тогда при $\eta \sim 10\%$ получим $T_2 = 1800$ К. Далее найдем максимальную плотность потока излучения: $q = \sigma T_2^4 = 6 \cdot 10^5$ Вт/м².

Таким образом, для излучения бесполезной энергии реактора $(1 - \eta)W$ потребуется площадь не меньше чем

$$S = \frac{(1 - \eta)W}{q} = \frac{0,9 \cdot 10^{10} \text{ Вт}}{6 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ м}^2.$$

Полтора гектара площади, нагретой до 1800 К и выставленной для ударов метеоритов, потоков молекул и частиц (рис.91)! И все эти гектары (вся эта масса трубок, текущего в них расплавленного металла или раскаленного газа — теплоносителя) нужны только для того, чтобы не перегреться. И только потому, что не существует никакого космического холода.

А как же кораблю избавиться от метеоритной опас-

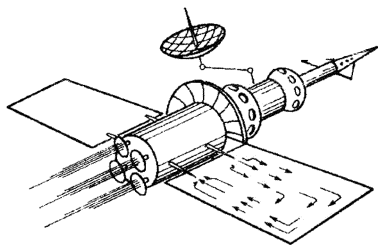


Рис.91. Гипотетический межпланетный корабль с теплоизлучающими панелями, в которых течет жидкий теплоноситель. Пробой панели метеоритом может легко вывести ее из строя

ности – ведь к другим планетам Солнечной системы он может лететь месяцы и годы?

Одно из любопытных решений таково: возьмем длинную тонкую замкнутую ленту и будем ее обкатывать вокруг охлаждаемого цилиндра (которому мы собираемся обеспечить «низкую»

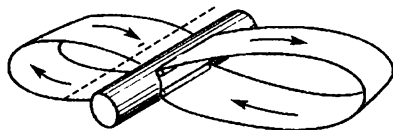


Рис.92. Гипотетический способ охлаждения корпуса аппарата при помощи гибких движущихся теплоизлучающих лент. Пробой ленты метеоритом не опасен

температуру T_2). При соприкосновении с цилиндром элементы ленты будут нагреваться, затем, сходя с него, излучать тепло в космос и возвращаться уже охлажденными, чтобы повторить цикл (рис.92).

Чем же лента лучше? Прежде всего, ей не страшны пробои метеоритов – дыр-

ка в ленте большого зла не принесет, а поверхность цилиндра гораздо меньше, ее можно и защитить небольшими дополнительными экранами.

Но как прижать ленту к охлаждаемому цилиндру? Например, будем ее вращать как целое, так чтобы она вся находилась в поле центробежных сил – подобно кольцу хулахупа. Ведь в космосе эта лента не будет испытывать сопротивления!

Или давайте еще не просто ее склеим в виде цилиндра, а перевернем один из склеиваемых концов. Тогда получится очень интересная поверхность – лист Мёбиуса, у которой только одна сторона. А чем это лучше для наших целей? Тем, что элементы этой поверхности «светят» прямо в космос, а не друг на друга, как у цилиндра, значит, и легче отводят тепло излучением.

Конечно, все это нелегко реализовать практически – для полета на Марс эта лента должна быть шириной метров десять, длиной метров сто (целый стадион) и тоньше лезвия бритвы; кроме того, она может привариться к раскаленной поверхности охлаждаемого цилиндра. Есть и другие опасения. Но главное – физика дает идеи и перспективы для конструкторов и технологов.

Кстати, теперь можно ответить на такой вопрос: сгорит ли резиновый мяч, неподвижно висящий в атмосфере Земли на высоте 150 км, где температура равна приблизительно 1000 К, а плотность $2 \cdot 10^{-9}$ кг/м³? В этих условиях длина свободного пробега молекул воздуха $l \sim 100$ м; значит, мяч будет находиться в свободномолекулярной, а не сплошной среде. Тогда в

единицу времени о единицу его поверхности будут ударяться молекулы общей массой $\frac{1}{6} \rho \langle v \rangle$, где $\langle v \rangle \approx \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ – средняя тепловая скорость, а множитель $\frac{1}{6}$ отражает ту мысль, что в хаотическом движении молекул направление нормали к рассматриваемой единице поверхности мяча будет «одним из шести возможных». Все эти молекулы, ударившись о поверхность шара и отдав ему свою энергию, улетят назад в атмосферу, но уже с другой тепловой скоростью, соответствующей температуре поверхности шара. Если каждую молекулу атмосферы считать точечной массой, то средняя энергия единицы массы падающих молекул равна $\frac{3}{2} \frac{RT}{M}$, а отскочивших – $\frac{3}{2} \frac{RT_{\text{п}}}{M}$, так что в единицу времени на единицу поверхности приходит энергия $\frac{1}{6} \rho \langle v \rangle \cdot \frac{3}{2} \frac{R}{M} (T - T_{\text{п}})$ (более точные рассуждения дадут $\frac{1}{4}$ вместо $\frac{1}{6}$, $3RT$ вместо $\frac{3}{2} RT$, $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{RT}{M}}$, но для оценки это несущественно).

В состоянии теплового равновесия эта энергия, приобретаемая мячом, должна излучаться его поверхностью. Отсюда для равновесной температуры $T_{\text{п}}$ получим

$$\sigma T_{\text{п}}^4 = \frac{1}{4} \rho \langle v \rangle (T - T_{\text{п}}) \frac{R}{M}.$$

Это уравнение можно решить, например, графически, нарисовав на миллиметровке его левую и правую части в виде двух функций непрерывного аргумента $T_{\text{п}}$ и найдя их точку пересечения. Но попробуем его решить без миллиметровки, методом последовательных приближений. Сначала пренебрежем величиной $T_{\text{п}}$ по сравнению с T в правой части. Тогда в качестве первого приближения получим $T_{\text{п}}^{(1)} = \sqrt[4]{\frac{\rho \langle v \rangle RT}{4 \sigma M}} \approx 40 \text{ К}$. Отсюда видно сразу же, что можно и ограничиться этим первым приближением, так как искомая температура гораздо меньше температуры атмосферы. Значит, сгореть мячу в такой «горячей», но разреженной атмосфере действительно не придется. (Читатель может попытаться самостоятельно определить температуру мяча с учетом излучения Солнца и Земли.)

Выше мы упомянули о «жалкой печке» мощностью приблизительно 150 Вт, работающей на химическом топливе внутри

человека. Давайте теперь оценим удельную мощность в расчете на единицу массы человека и сравним ее с аналогичной величиной для ... Солнца. Для человека получим $150 \text{ Вт}/70 \text{ кг} \approx 2 \text{ Вт/кг}$. Для Солнца полную излучаемую им энергию найдем, умножив плотность потока этой энергии на орбите Земли (солнечную постоянную q_0) на площадь сферы (радиусом, равным расстоянию Солнце – Земля); массу Солнца можно взять, например, из Приложения:

$$\frac{q_0 \cdot 4\pi r_{\odot\oplus}^2}{M_{\odot}} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/кг}.$$

Получилось, что удельная мощность человека в десять тысяч раз больше, чем у Солнца, дающего жизнь всему живому!

КОЛЕБАНИЯ ЗАРЯДА И КОСМИЧЕСКАЯ ОРАНЖЕРЕЯ

... обогащение и рост интеллекта заключается в его способности находить подобия... все должно быть подобно друг другу, самая мельчайшая часть подобна целому, пылинки – вселенной, и все подобно Божеству. Что сверху, то и внизу.

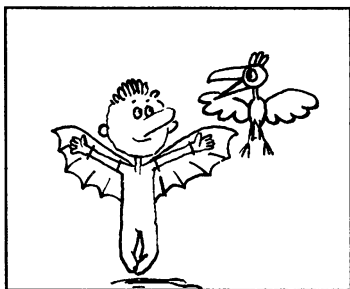
П. Успенский

Запишем выражение для напряженности электрического поля E на расстоянии r от точечного заряда Q (которое прямо следует из закона Кулона) в таком виде:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Узнали? Только теперь его можно прочесть так: произведение напряженности электрического поля на площадь замкнутой поверхности, все элементы которой перпендикулярны вектору

поля, пропорционально заряду, создавшему это поле (рис. 93). Это утверждение представляет собой частный случай основной теоремы электростатики – теоремы Гаусса. (В общем случае теорема Гаусса гласит: поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность пропорционален величине заряда, нахо-



дящегося внутри этой поверхности.)

А теперь представим себе, что точечный заряд не один, их много, и все они «размазаны» внутри бесконечного слоя толщиной $2a$ ($-a < x < a$; рис.94) с постоянной объемной плотностью ρ_0 . Интуитивно ясно, что электрическое поле в средней плоскости ($x = 0$) должно равняться нулю, так как силы, действующие влево и вправо на любой пробный заряд со стороны всех зарядов этого слоя, уравниваются. Физик сказал бы, что это ясно из соображений симметрии. Из тех же соображений ясно, что если мы отступим от средней плоскости на расстояние $|x|$ влево или вправо (все равно – внутри слоя или вне его), то в плоскостях $\pm x$ электрические поля должны быть одинаковыми по модулю, но противоположными по направлению: $E(x) = -E(-x)$, т.е. антисимметричными.

Применим теорему Гаусса к замкнутой поверхности – цилиндрику длиной $2x$, образующая которого параллельна оси Ox , а два доньшка имеют одинаковую площадь S (см. рис.94,а). Тогда произведение напряженности поля на перпендикулярные ему

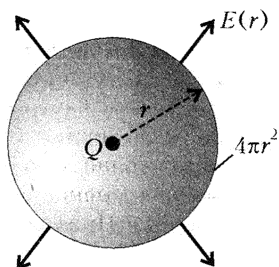


Рис. 93. Поле точечного заряда

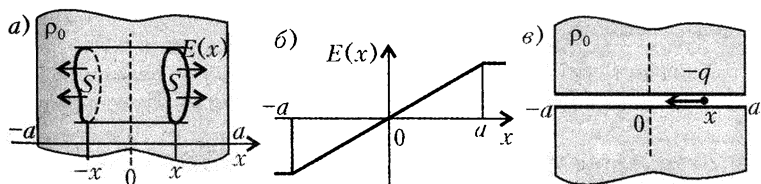


Рис. 94. К определению электрического поля в бесконечном слое с однородным распределением зарядов

площади: $E(x) \cdot S + (-E(-x) \cdot S)$ должно быть пропорционально полному заряду внутри цилиндрика: $Q = \rho_0 \cdot 2x \cdot S$. Учитывая антисимметричность полей $E(x)$ и $E(-x)$, запишем

$$2E(x) \cdot S = \frac{\rho_0 \cdot 2x \cdot S}{\epsilon_0},$$

откуда получаем

$$E(x) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} x.$$

Эта зависимость поля от координаты изображена на рисунке 94,б в виде прямой линии (внутри слоя).

Ну и что тут интересного? Статика она и есть статика. Но давайте теперь внутрь этого слоя поместим маленький отрицательно заряженный $(-q)$ шарик. А чтобы он там не мешал распределенным зарядам, создающим поле, заключим его, например, в тонкую стеклянную трубочку, параллельную оси $0x$ (рис.94,в). Если он находится сейчас на расстоянии x от средней плоскости, то на него действует сила $F = -qE(x)$. Запишем второй закон Ньютона для шарика (пусть его масса m):

$$x'' = -\frac{q}{m} E(x) = -\frac{q\rho_0}{m\epsilon_0} x.$$

Сразу видно, что это уравнение гармонического колебательного движения с круговой частотой $\omega_0 = \sqrt{q\rho_0/(m\epsilon_0)}$. И этот шарик моделирует все гармонические колебания – ну например, какого-нибудь другого шарика, подвешенного на нити длиной l в поле тяготения и совершающего малые колебания с частотой $\omega_g = \sqrt{g/l}$.

А что если заряд внутри слоя распределен неравномерно? Допустим, его объемная плотность линейно изменяется по координате:

$$\rho(x) = \rho_0 \frac{|x|}{a}.$$

Это означает, что плотность нулевая в центре, а на границах слоя $x = \pm a$ она равна ρ_0 (рис.95,а). Тогда полный заряд внутри

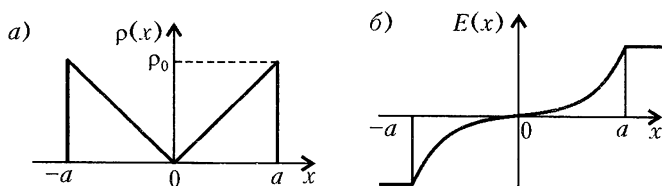


Рис. 95. То же для слоя с линейной зависимостью плотности заряда от координаты

нашего цилиндрика уже нельзя найти просто умножением плотности заряда на объем, а надо интегрировать по объему:

$$Q(x) = 2 \int_0^x \rho(x) S dx = 2\rho_0 \frac{Sx^2}{2a} = \frac{\rho_0 Sx^2}{a}.$$

Теорема Гаусса даст для поля выражение

$$E(x) = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0 a} x|x|,$$

а уравнение движения шарика в трубочке примет вид

$$x'' = -\frac{q}{m} E(x) = -\frac{q\rho_0}{2ma\epsilon_0} x|x| = -\beta_0^2 x|x|,$$

где $\beta_0 = \omega_0/\sqrt{2a}$ – новая положительная постоянная, а вместо x^2 написано более хитрое выражение $x|x|$, которое отражает тот факт, что напряженность поля направлена к средней плоскости $x = 0$ (рис.95,б).

Это тоже уравнение колебаний. Но уже ни один здравомыслящий человек не назовет их гармоническими, ибо возвращающая сила пропорциональна не смещению, а его квадрату. Интересно, что период таких *ангармонических* колебаний зависит от амплитуды колебаний.

Можно было бы порезвиться и дальше: если взять $\rho(x) \sim x^2$, то электрическое поле будет пропорционально x^3 ; если взять $\rho(x) \sim x^3$, то $E \sim x^4$, если $\rho(x) \sim x^4$, то ... Но давайте посмотрим, нельзя ли использовать уже полученное уравнение для какой-нибудь надобности – смоделировать что-нибудь более сложное, чем шарик в трубочке.

Ну, например, вообразим себе космическую оранжерею – цилиндр радиусом R , длиной L ($L \gg R$) и массой M , которая вся распределена по поверхности цилиндра (внутри он пустой). Половина поверхности этого цилиндра пусть абсолютно прозрачна для солнечного излучения, которое падает слева и интенсивность которого равна P (рис.96). Другая же половина пусть полностью поглощает излучение.

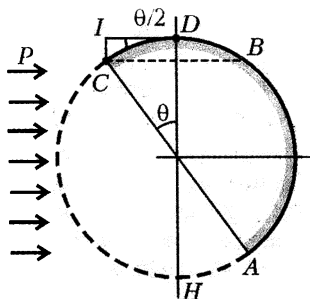


Рис. 96. Схема лучей, падающих на цилиндрическую оранжерею

Если в данный момент цилиндр повернут на угол θ , то излучение, поглощаемое участком AB , не создает вращения вокруг оси цилиндра. А вот фотоны, поглощаемые участком CD , попытаются вращать оранжерею по часовой стрелке (так как участок AH прозрачен и не задерживает фотонов). Но по инерции положение

равновесия $\theta = 0$ будет пройдено, навстречу солнечным лучам выдвинется нижний поглощающий участок, так что возникнут вращательные колебания. Итак, если отклонить оранжереею от положения равновесия $\theta = 0$ на какой-то начальный угол θ_0 , она будет колебаться в солнечных лучах с угловой амплитудой θ_0 (если нет потерь энергии). И это покачивание вокруг оси для растений даже очень комфортно: центробежная сила инерции создает у них иллюзию поля тяготения (правда, переменного), и они в своем росте будут тянуться к оси вращения.

Составим уравнение колебательного движения оранжереи. Прежде всего найдем силу, действующую на поглощающий излучение участок CD перпендикулярно оси. Предполагая угол θ малым, получим, что длина отрезка CD приблизительно равна длине s дуги CD :

$$CD = s = R\theta.$$

Мощность, поглощаемая этим участком, равна мощности излучения, прошедшего через перпендикулярную площадку CI :

$$W = P \cdot CD \sin \frac{\theta}{2} \cdot L = \frac{1}{2} PRL\theta^2.$$

А поскольку импульс каждого фотона получается делением его энергии на скорость света c , то поток импульса всех фотонов, поглощенных участком CD , т.е. сила, равен W/c . Тогда уравнение «движения массы M по окружности» примет вид

$$Ms'' = MR\theta'' = -\frac{PRL}{2c} \theta |\theta|.$$

Здесь учтено, что вследствие малости угла θ сила действует почти по касательной к дуге окружности CD , а знак «минус» отражает тот факт, что сила направлена в сторону уменьшения угла θ (положительное значение которого отсчитывается против часовой стрелки). Заметим, что то же самое уравнение получится и в случае цилиндра, одна половина которого зеркальная, а другая – черная.

Если теперь обе части равенства поделить на MR и обозначить

$$\beta_0^2 = \frac{PL}{2cM},$$

то получим уравнение, в точности совпадающее с уравнением для x'' . Хотя, казалось бы, что у них общего? Там – заряженный шарик в трубочке, а тут – оранжерея в солнечных лучах!

КОРИДОР ВХОДА, ИЛИ КАК ВЕРНУТЬСЯ НА ЗЕМЛЮ

– Ураааа!! – кричали жители Гавра, наполняя собою все гаврские набережные... Черная масса... шлепнулась в залив ... На середине залива барахтались три человека...

– Мы пятьдесят семь дней не ели! – пробормотал худой, как голодный художник, мистер Лунд и рассказал, в чем дело.

А Чехов

А дело вот в чем.

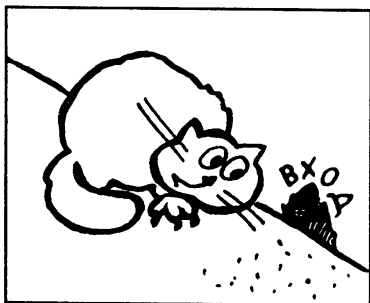
Мы рассуждали о том, что если у планеты нет атмосферы или она есть, но очень разреженная, то для мягкой посадки на эту планету придется затратить почти столько же энергии, сколько для выхода из поля тяготения этой планеты. Но если у планеты есть достаточно плотная атмосфера, то можно сэкономить эту энергию (а значит, и связанную с ней массу первоначально запасенного топлива), используя силу сопротивления X , о которой тоже уже говорилось. А что значит «достаточно плотная»? И только ли плотность атмосферы должна войти в наши рассуждения? А размер планеты, ее масса (от которых зависит ускорение силы тяжести на поверхности), толщина атмосферного слоя, состав, наконец – характеристики самого аппарата?

Вот об этом мы сейчас и собираемся поговорить.

Итак, пусть аппарат массой m , имеющий площадь крыла S , движется со скоростью v в атмосфере планеты радиусом R «почти параллельно» ее поверхности на высоте h , где плотность атмосферы равна ρ . Тогда подъемная сила $Y = c_y \rho v^2 S$ (коэффициент c_y зависит, как мы знаем, от многих факторов: угла атаки, характера обтекания – сплошное, свободномолекулярное и др.) должна уравновешивать вес (точнее – силу тяжести) аппарата, падающего на планету с центростремительным ускорением v^2/R :

$$c_y \rho v^2 S = m \left(g - \frac{v^2}{R} \right).$$

Вспомним, что в лифте, движущемся вниз с ускорением, вес тела равен $m(g - a)$; в частности, в случае $a = g$ (свободное падение) наступает невесомость.



Из полученного равенства видно, что на большой высоте, где плотность атмосферы мала и поэтому стремится к нулю и подъемная сила (левая часть уравнения), аппарат должен двигаться вокруг планеты со скоростью $v_1 = \sqrt{Rg}$ – первой космической скоростью. Наоборот, в нижних слоях атмосферы плотность достаточна для того, чтобы крылатый аппарат мог двигаться со скоростями, много меньшими космической; здесь центростремительное ускорение пренебрежимо мало по сравнению с ускорением тяготения. Тогда получаем, что нужно лететь на такой высоте, где плотность атмосферы не меньше чем

$\rho_{\min} = \frac{mg/S}{c_y v^2}$ (числитель этой дроби – уже знакомая нам нагрузка на крыло). А при помощи рисунка 1 можно определить и ту предельную высоту, не ниже которой можно держаться «на крыле» при данной скорости полета v . На рисунке 97, где по оси

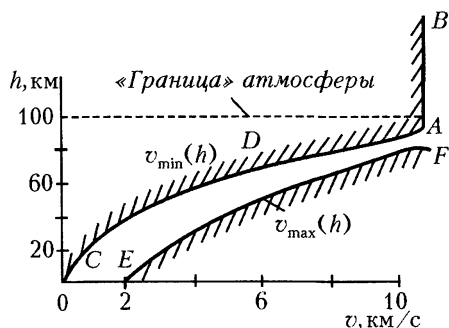


Рис. 97. Коридор входа. Если «траектория» аппарата лежит внутри коридора, можно из космоса приземлиться только при помощи крыльев и при этом не сгореть

ординат отложена высота, а по оси абсцисс – скорость, и показаны эти два участка: участок CD для нижних сплошных слоев атмосферы и AB – вне условной «границы» атмосферы (для аппарата, имеющего вторую космическую скорость).

Таким образом, мы получили кривую $CDA B$, выше которой аппарат не может поддерживаться атмосферой: при любой данной скорости (меньше первой космической) подъемной силы будет не хватать, если мы заберемся на большую высоту, чем указывает эта кривая. Или иначе – на любой заданной высоте скорость аппарата не может быть меньше значения v_{\min} , лежащего на этой кривой, если мы не хотим, чтобы он «проваливался». Поэтому «запрещенная» область значений заштрихована.

Так давайте лететь быстрее? Стоп! Ведь мы знаем, что при больших скоростях на затупленных кромках нашего аппарата «сядет» скачок уплотнения, за которым воздух (и уже не воздух, а смесь осколков его молекул) разогреется так сильно, что аппарат может сгореть. Это сложнейшая проблема входа в атмосферу – тот же тепловой барьер. Как отводить это тепло? Можно использовать все: теплопроводность самого аппарата, которая позволяет теплу стекать «от носа к хвосту», возможность его оплавления (и, значит, изменение формы, что делает аппарат еще тупее), возможность продавливания через поры жидкости (с большим значением теплоты испарения) и с последующим ее «выпотеванием», тепловое излучение «раскаленных добела» частей аппарата и др.

Обсуждать эту проблему в целом мы здесь не будем, а для оценки допустимой скорости возьмем «самый худший» случай, когда все тепло, приносимое на аппарат воздухом, только излучается с его поверхности.

Мы уже знаем, что каждый килограмм воздуха, движущегося с большой сверхзвуковой скоростью v относительно аппарата, несет энергию, равную $v^2/2$, а этих килограммов в единицу времени на единицу площади попадает ρv . И все это тепло, по предположению, уходит от аппарата за счет излучения, которое в единицу времени уносит с единицы площади энергию σT^4 . Потребуем, чтобы температура поверхности не превышала температуру плавления $T_{пл}$. В итоге, будем иметь

$$\frac{v^2}{2} \rho v \leq \sigma T_{пл}^4.$$

Таким образом, скорость аппарата не может быть больше определенного для каждой высоты значения v_{max} . Эта кривая EF приведена на рисунке 97.

Итак, если мы хотим использовать несущие и тормозящие свойства атмосферы, т.е. садиться на планету на крылатом аппарате, то в плоскости координат высота – скорость наша «траектория» не может проходить выше кривой $CDAB$ (крылья не будут держать аппарат) и ниже кривой EF (сгорим!). Обе эти кривые построены для условий посадки на Землю. Видно, что с увеличением скорости расстояние между этими кривыми – ширина «коридора входа» – достигает минимального значения (значит, особенно на этой высоте нужно не ошибиться), но, к счастью, эти кривые нигде не касаются и не пересекаются! Мудрая Природа оставила нам возможность возвращаться на Землю на крылатых аппаратах.

Пусть аппарат собрался вернуться на Землю и уже полого планирует в атмосфере, используя крылья для поддержания в воздухе и весь корпус для торможения – но, конечно, так, чтобы не выйти из рассмотренного «коридора». Убыль кинетической энергии аппарата из-за торможения связана, разумеется, с ее превращением в тепло. Работа силы сопротивления в единицу времени (мощность силы сопротивления) равна

$$Q = Xv = c_x S \rho v^3.$$

Исследуем, как эти величины зависят от скорости аппарата. Из уравнения равновесия сил в проекции на вертикаль в горизонтальном полете (точнее, почти горизонтальном, так как аппарат все-таки собирается приземлиться) можно выразить плотность на некоторой высоте в функции от скорости на той же высоте:

$$\rho = \frac{v_1^2 - v^2}{v^2} \frac{m}{c_y S R}.$$

Подставляя это выражение плотности в формулу для мощности силы сопротивления, получим

$$Q = \frac{c_x m}{c_y R} v (v_1^2 - v^2).$$

Легко видеть, что при $v = 0$ и $v = v_1$ мощность равна нулю. Значит, она достигает наибольшего значения где-то «по дороге», при торможении спускаемого аппарата от первой космической скорости до посадки. Можно показать (либо построив график зависимости мощности от скорости, либо приравняв нулю ее производную по скорости, как советуют математики), что это наибольшее значение достигается при $v = v_1 / \sqrt{3} = 4,5$ км/с. (Конечно, далеко не вся мощность силы сопротивления передается в виде тепла летательному аппарату, и это очень хорошо. Поэтому максимальная скорость нагревания аппарата достигается не при найденном значении скорости, а при несколько большем.)

Теперь можно указать и пределы значений высоты полета, при которой будет происходить наиболее интенсивный разогрев тормозящегося аппарата.

Вот мы и подошли к воздушно-космическому самолету.

ВОЗДУШНО-КОСМИЧЕСКИЙ САМОЛЕТ

За эрой аэропланов винтовых должна следовать эра аэропланов реактивных или аэропланов стратосферы.

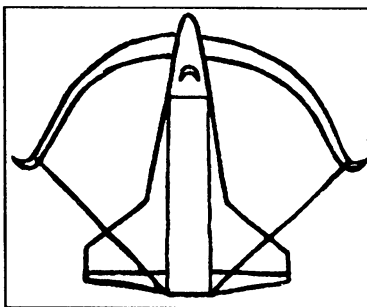
К. Циолковский

Воздушно-космический самолет (ВКС) – самый тяжелый из когда-либо созданных планирующих аппаратов. Его масса без топлива порядка 70 т, он рассчитан на выведение на орбиту полезных грузов почти в 30 т, размещаемых в отсеке длиной около 20 м. Будучи сходным по размерам с коммерческим авиалайнером, космический самолет и стартует необычно для самолета – вертикально при одновременно включенных собственных жидкостных реактивных двигателях и двигателях твердотопливных ускорителей, и достигает отнюдь не «самолетных» высот – в несколько сотен километров, и управляется, конечно, не аэродинамическими рулями – там, где почти нет воздуха, а при помощи специальных управляющих двигателей.

Среди безднх проблем, связанных с созданием космического самолета, рассмотрим одну из важнейших – защиту аппарата от нагревания при спуске. Эта защита пока что предполагается пассивной: не хватало еще, чтобы тратилась масса на «выпотевание» – уж лучше тогда тормозиться ретроракетой, захватив добавочное топливо!

Итак, обклеим самолет своеобразным одеялом – слоем «кирпичей». Но что за чудо эти кирпичи! Они из пористого материала, образованного переплетением тончайших (порядка микрометра в диаметре) кварцевых нитей, спеченных в местах соприкосновения при высокой температуре. Они очень легкие, они «дышат», наполняясь воздухом или выпуская его в зависимости от высоты (чтобы их не разорвало внутреннее давление). И главное, они очень плохо проводят тепло. Хотя в этом процессе участвуют все виды теплопередачи: и теплопроводность самих кварцевых нитей, и теплопроводность движущегося в порах воздуха, а значит, и конвекция, и излучение, которое существенно, когда наружная поверхность плитки-«кирпича» раскалится при торможении аппарата в атмосфере.

А как оценить теплоизолирующие свойства этих пли-



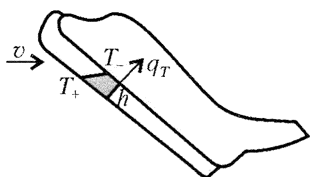


Рис.98. Нижняя поверхность воздушно-космического самолета оклеена слоем плиток, выдерживающих большой перепад температур

ток? Для этого есть понятие коэффициента теплопроводности. Он вводится следующим образом. Предположим, значения температуры на поверхностях слоя толщиной h равны T_+ и T_- . Тогда плотность потока тепла (мы уже говорили о ней раньше) пропорциональна «наклону» прямой, изображающей распределение температуры в слое:

$$q_T \sim \frac{T_+ - T_-}{h} \quad (\text{рис.98}).$$

А чтобы записать эту пропорциональность в виде равенства, в правой части вводится множитель, называемый коэффициентом теплопроводности λ :

$$q_T = \lambda \frac{T_+ - T_-}{h}, \quad [\lambda] = \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

Из этого определения видна и размерность коэффициента теплопроводности, написанная справа.

Теперь давайте оценим характерное время, за которое выравнивается температура теплозащитного слоя плиток, наклеенных на воздушно-космический самолет. И сделаем это при помощи уже знакомой нам теории размерностей. Пусть даны плотность ρ ($\text{кг}/\text{м}^3$), удельная теплоемкость c ($\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$), коэффициент теплопроводности λ ($\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$) и толщина пластинки h (м). Видно, что размерность времени входит только в коэффициент теплопроводности (в знаменателе). Значит, искомое характерное время обратно пропорционально этому коэффициенту. Легко сообразить, как расставить остальные величины. Получим

$$\tau \sim \frac{\rho c h^2}{\lambda}.$$

Отсюда и ясно, почему надо уменьшать коэффициент теплопроводности, увеличивать теплоемкость материала и увеличивать его толщину, что особенно сильно влияет на результат – она ведь в квадрате! Ясно также, почему мамы укутывают детей в шубы и одеяла: при размере всего втрое меньшем взрослого человека ребенок может промерзнуть почти на порядок быстрее.

Сделаем численную оценку для характерного времени теплопередачи в плитке воздушно-космического самолета. Принимая $h = 0,1$ м, $\rho = 100$ $\text{кг}/\text{м}^3$ (что на порядок легче воды),

$c = 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $\lambda = 0,01 \text{ Дж}/(\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{К})$, получим $\tau \sim 10^5 \text{ с} \sim 24 \text{ ч}$. Таким образом, если торможение аппарата в атмосфере будет длиться порядка часа, он вполне успеет сесть на аэродром раньше, чем тепловая волна с внешней поверхности плитки дойдет до металлической обшивки.

Итак, что же должен уметь делать ВКС? Взлететь вместе с ускоряющей ракетой, помогая ей своими маршевыми двигателями, набрать скорость, пронзая плотные слои атмосферы, отстрелить от себя опустевшие контейнеры (которые приводняются на парашютах в океане и вновь будут использованы), разогнаться до первой космической скорости, выйти на нужную орбиту, оставить на ней свой полезный груз, сменить или спасти экипаж космической станции, нырнуть в атмосферу, затормозиться в ней, используя свою тупую форму и несущий корпус и при этом сильно нагреваясь, проскочить точно в «коридор входа» и сесть на аэродром, как обычный самолет. И сделать это не один раз — на то он и многоразовый.

КТО-ТО ПРИБЛИЖАЕТСЯ

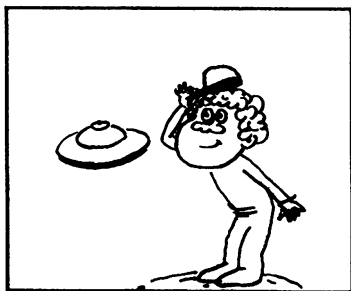
...сообщения об НЛО уже в большом количестве появляются в середине XIX века, а в годы II мировой войны появляется масса документальных свидетельств о прямо-таки нашествии НЛО на землю.

Священник Родион

Всевозможные «очевидцы» и «контактеры» сообщают о чрезвычайно быстрых и бесшумных перемещениях неопознанных летающих объектов (НЛО). При этом большая часть информации об этих объектах получается в видимом диапазоне спектра (проще говоря, при помощи глаз и, изредка, обычной фотопленки).

А нет ли принципиальной возможности зарегистрировать приближающийся бесшумный НЛО в отсутствие видимости (например, в случае тумана или если НЛО-навтам захочется погасить свои огни)? Какова бы ни была суть этого явления, воспользуемся им для обсуждения законов физики.

Начнем с бесконечного прямого провода, по которому течет постоянный ток I (рис.99). Как



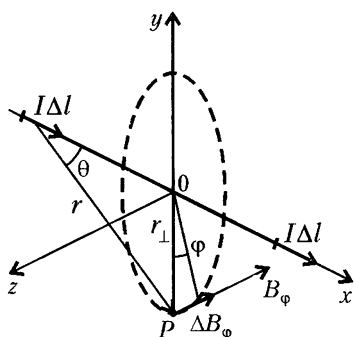


Рис. 99. Магнитное поле элемента с током

известно, он порождает магнитное поле, линии индукции которого представляют собою концентрические окружности в плоскостях, перпендикулярных проводу. При этом модуль индукции одинаков во всех точках выделенной окружности радиусом r_{\perp} (пунктирная линия) и убывает с расстоянием обратно пропорционально этому радиусу:

$$B_{\Phi} \sim \frac{I}{r_{\perp}},$$

где индекс Φ подчеркивает, что индукция имеет только касательную к окружности составляющую.

Этот вектор индукции \vec{B} можно представить как результат суммирования вкладов от отдельных элементов тока $I\Delta\vec{l}$. На рисунке 99 изображены два таких элемента, симметричных относительно рассматриваемой плоскости. Каждый из них порождает элементарное поле с индукцией

$$\Delta B_{\Phi} \sim \frac{I\Delta l \sin \theta}{r^2},$$

где θ — угол между направлением элемента тока $I\Delta\vec{l}$ и радиусом-вектором \vec{r} , проведенным из этого элемента в точку наблюдения P . Эта запись отражает закон Био–Савара–Лапласа. Уже одно присутствие стольких замечательных имен говорит о важности этого закона, так что при взгляде на него хочется снять шляпу. В частности, из него следует, что индукция пропорциональна самому элементу тока и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния до него. Вспомним, кстати, что такой же характер имеет и зависимость напряженности электрического поля точечного заряда (это нам пригодится). Далее, видно, что элемент тока не порождает индукции вдоль своего направления (при $\theta = 0$).

Кто хочет, может просуммировать (проинтегрировать) вклады всех элементов тока и получить формулу для B_{Φ} . Мы же перейдем к рассмотрению НЛО.

Пусть он имеет формулу шара радиусом a и несет заряд q , двигаясь с постоянной скоростью \vec{v} , параллельной земле (рис. 100). Будем вести наблюдение за магнитным полем, порожд-

денным этим движущимся зарядом, в вертикальной плоскости xy , содержащей вектор \vec{v} . Если высота полета h , а расстояние по горизонтали до точки наблюдения x , то

$$r = \sqrt{h^2 + x^2}$$

и

$$\sin \theta = \frac{h}{r}.$$

Кроме того, легко видеть (хотя бы из соображений размерностей), что элемент тока можно записать в виде

$$I \Delta l = qv.$$

Тогда магнитное поле в точке P будет таким:

$$B_\phi \sim \frac{qv_x h}{r^3} = \frac{qv_x h}{(h^2 + (v_x t)^2)^{3/2}}.$$

Здесь мы выбрали отсчет времени t таким образом, что значение $t = 0$ соответствует тому моменту, когда НЛО находится прямо над головой наблюдателя; значит, его приближение соответствует отрицательным значениям t , а удаление – положительным.

Качественная зависимость магнитного поля от времени показана на рисунке 101 сплошной линией.

Итак, индукция B_ϕ зависит от времени! А это значит, что, расположив проволочную рамку вокруг точки P , мы можем зарегистрировать изменение магнитного поля. Почему? Об этом говорит другой знаменитый закон – закон Фарадея: если изменяется поток магнитной индукции через площадь фиксированного контура, то в последнем наводится электродвижущая сила индукции, пропорциональная скорости изменения этого потока, т.е.

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta(B_\phi S)}{\Delta t},$$

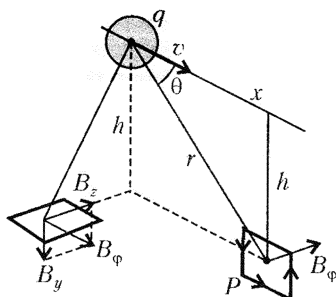


Рис. 100. К определению магнитного поля движущегося заряда

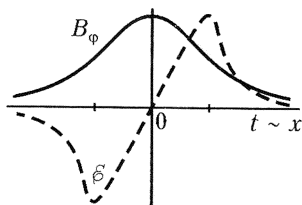


Рис. 101. Зависимость магнитного поля и электродвижущей силы от времени

где S – площадь рамки. Знак «минус» свидетельствует еще об одном замечательном факте, способствующем устойчивости Природы: всякая попытка что-то изменить вызывает противодействие. Вот и индуцированная ЭДС должна быть таковой (см. рис.101), чтобы созданный ею ток порождал магнитное поле, противоположное внешнему растущему полю B_ϕ , вызванному приближающимся НЛО.

Для численных оценок надо еще уточнить систему единиц и сказать, чему равен электрический заряд НЛО.

Чтобы в соотношениях для индукции магнитного поля заменить знак пропорциональности на знак равенства, нужно, перейдя к современной Международной системе единиц (СИ), ввести множитель $\mu_0/(4\pi)$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная. Аналогично, в выражение для напряженности электрического поля точечного заряда q входит множитель $1/(4\pi\epsilon_0)$, содержащий электрическую постоянную $\epsilon_0 = 1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)$ Ф/м :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Отметим великолепный факт: если разделить друг на друга эти два множителя, получим

$$\frac{1/(4\pi\epsilon_0)}{\mu_0/(4\pi)} = \frac{1}{\epsilon_0\mu_0} = 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2 = (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 = c^2$$

– квадрат скорости света в вакууме! Все это не случайно и стóит глубоких размышлений...

Но что же НЛО? Если он движется в атмосфере Земли, можно оценить его максимальный заряд. Известно, что в сухом воздухе напряженность электрического поля, при которой возникает пробой, равна $E_{\max} \sim 3 \cdot 10^6$ В/м. Подставляя это значение в равенство для напряженности электрического поля, получим оценку для наибольшего значения электрического заряда, который еще не стекает с шарообразного НЛО:

$$q_{\max} = 4\pi\epsilon_0 a^2 E_{\max}.$$

Собрав все это вместе и (кто может) продифференцировав выражение для электродвижущей силы индукции, получим

$$\mathcal{E} = \frac{3\mu_0}{4\pi} S q h v_x^3 \frac{t}{(h^2 + (v_x t)^2)^{5/2}}.$$

Но и без дифференцирования можно качественно описать, как

изменяется ЭДС индукции в контуре со временем (см. рис.101, пунктир): $\mathcal{E} = 0$ при $t = 0$ и достигает самых больших значений в тех точках, где временная зависимость $B_\phi(t)$ имеет наибольший наклон.

Тут уже исчерпаны основные физические идеи, и можно заняться численными оценками. Но предоставим эту работу заинтригованным (как мы надеемся) читателям.

Мы же заметим, что необязательно располагать виток проволоки в плоскости полета НЛО. Можно его положить на землю горизонтально где-то сбоку. На рисунке 100 слева изображен такой виток в частном случае – на траверзе пролетающего НЛО. Он тоже пронизывается нормальной составляющей магнитного поля, которая тоже зависит от времени и, значит, тоже порождает ЭДС индукции в контуре.

Тут пора сказать слова типа «Минздрав предупреждает»:

«Шутки с НЛО так же плохи, как шутки с черной магией. Это явление делает своими жертвами неврастеников, легковверных и незрелых людей. Легкое любопытство к НЛО может превратиться в разрушительную одержимость... Школьные учителя и другие взрослые не должны поощрять подростков в их увлечении этим предметом» (Джон Киль).

Или вот еще:

«Что касается так называемых наблюдений за летающими тарелками, то мне кажется, что вероятность психопатологических реакций или индивидуальной, или коллективной истерии... значительно выше, чем вероятность визита инопланетян» (Жан Клод Пекер).

Но при чем тут фантастический НЛО? Разве сверхзвуковой ночной бомбардировщик не является неопознанным летательным аппаратом? Его не видно (ночь) и не слышно (он опережает звук), а включать активные локационные установки нежелательно из-за возможных «точечных ударов», которыми кичатся современные реальные НЛО-навты. А ведь самолет тоже может нести электрический заряд, так что все рассмотренное выше применимо и в этом случае.

Но пусть даже самолет не заряжен электрически – достаточно того, что он движется в магнитном поле Земли. Это поле качественно изображено на рисунке 102. Видно, что

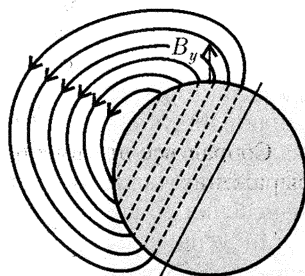


Рис. 102. Магнитное поле Земли

оно имеет вертикальную (радиальную) составляющую B_y . Значит, при движении со скоростью v_x в этом поле на положительный элементарный заряд e действует сила Лоренца, равная $F_z = ev_x B_y$ и приводящая к возникновению горизонтального (перпендикулярного к B_y) электрического поля, равного $E_z = v_x B_y$ (тут индексы указывают направления всех четырех векторов \vec{v} , \vec{B} , \vec{E} и \vec{F}). Следовательно, при размахе крыльев L между концами самолета возникнет разность потенциалов $U = v_x B_y L$.

Поскольку вблизи географического северного полюса находится южный магнитный полюс, нормальная составляющая магнитного поля Земли в Северном полушарии положительна. Легко видеть, что при этом правое крыло самолета будет заряжено положительно, а левое — отрицательно. (В Южном полушарии — все наоборот.)

Таким образом, даже в случае электронейтрального самолета концы его крыльев приобретут заряды $\pm q$, одинаковые по величине и противоположные по знаку. Вследствие движения самолета, этим зарядам можно поставить в соответствие элементы тока $\pm qv$ (рис.103,а). Каждый из них породит свое магнитное

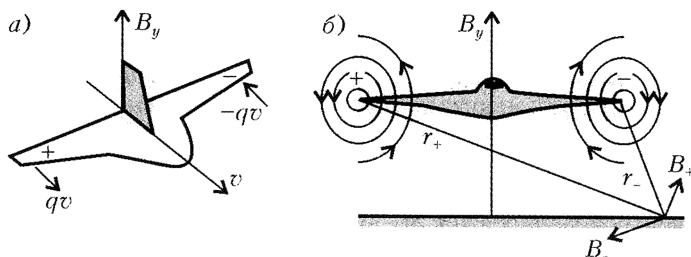


Рис. 103. Самолет в магнитном поле: а) расположение зарядов на крыльях самолета; б) линии магнитного поля, порожденного этими зарядами

поле, так что в результате получим магнитный диполь (рис.103,б). Линии индукции магнитного поля диполя могут иметь вертикальную составляющую, пронизывающую находящийся на земле проволочный контур и порождающую (вследствие своего изменения во времени) в этом контуре ЭДС.

Конечно, это дипольное поле будет слабее поля движущегося заряда (оно убывает пропорционально r^{-3} , а не r^{-2}); тем не менее, физика указывает на принципиальную возможность зарегистрировать движущийся объект. Остается купить в ближай-

шем ларьке микроамперметр (еще лучше наноамперметр, еще лучше... – тут-то и понадобятся численные оценки) и включить его в контур. И тогда ни один НЛО не подберется к вам незамеченным.

Если вам здесь не все понятно – не расстраивайтесь. Даже великие ученые не сразу поняли смысл уравнений Максвелла, описывающих электромагнитные явления. Например, Людвиг Больцман в своих попытках объяснить эти явления изобразил для своих слушателей довольно сложную механическую модель (рис. 104). Сейчас нам незачем разбираться в принципе работы этой машины, просто полюбуемся ею как историческим курьезом – и, испытывая свои трудности в понимании законов физики, вы почувствуете себя в приличной компании.

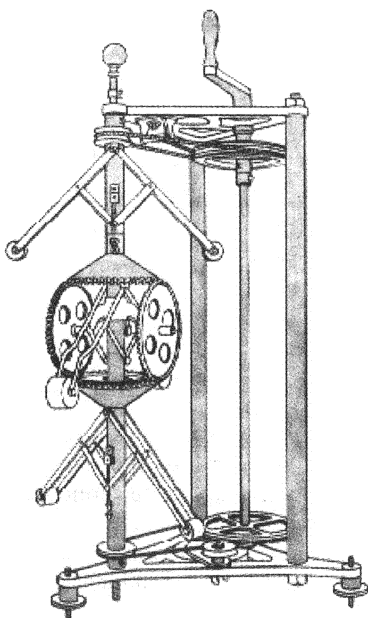


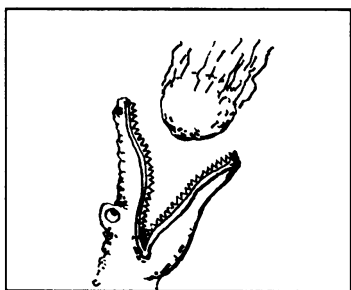
Рис. 104. Как Больцман пытался проиллюстрировать уравнения Максвелла

«СТИНГЕР» ПРОТИВ МЕТЕОРИТА

В сутки на Землю падает около 2000 метеоритов со средней массой 100 кг... Самый большой из найденных метеоритов (Гоба, Юго-Западная Африка) имеет массу 50 т, объем около 9 м³.

Справочник любителя астрономии

Можно ли, прочитав такое, спокойно гулять по улицам, купаться на пляже, сажать цветы? Тем более что в наступившую эпоху всеобщего доверия и конверсии просто некуда девать замечательные системы противоракетной обороны, средства поражения земля – воздух, воздух – воздух, которые следят за движениями любого тела в атмосфере во всех диапазонах электромагнитного излучения: ультрафиолетовом, видимом, инфракрасном, радио-. А ведь известно, что всякое тело, нагретое до температуры T , излучает в единицу времени с



единицы своей поверхности энергию, пропорциональную четвертой степени его температуры:

$$\frac{dQ}{dSdt} = q = \sigma T^4.$$

Это так называемый закон Стефана — Больцмана, уже неоднократно обсуждавшийся на страницах книги, в котором $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^4)$

— постоянная Стефана — Больцмана.

Этот закон в точности справедлив только для так называемого абсолютно черного тела, но для оценок его можно применять и к обычным телам. Например, небезызвестные «Стингеры» работают в невидимых для глаза инфракрасных лучах (а иначе они всегда летели бы в сторону Солнца, к излучению которого природа приспособила наш глаз). Их-то и можно было бы употребить на мирные цели. Скажем, для уничтожения лишнего и вредного тела, которое вторглось в атмосферу Земли и собирается упасть на ее поверхность, где — избави Бог — могут играть дети! Это может быть и случайно сошедший с орбиты элемент космического летательного аппарата, и какое-то космическое тело. Тут и пригодится «Стингер» против непрошенного пришельца.

Пусть для простоты это тело имеет форму шара радиусом R , а наблюдает его головка самонаведения «Стингера» диаметром D с расстояния L (рис.105). Нужно определить наибольшее значение этого расстояния, с которого «Стингер» начнет регистрировать тепловое излучение шара, нагретого из-за трения о воздух, если известна минимальная мощность W_{\min} , которую «чувствует» «Стингер». Примем еще, что шар летит прямо на головку самонаведения, так что линия $O'O$ является одновременно осью симметрии для распределения температуры $T(\theta)$ по поверхности шара.

Пусть шар входит в атмосферу со скоростью v , много большей тепловых скоростей молекул; тогда все молекулы налетают на шар со скоростями $-v$. Ясно, что вблизи полюса шара (точка $\theta = 0$) молекулы ударяются о его поверхность нормально, а на экваторе ($\theta = \pi/2$) — скользят вдоль поверхности. Поэтому полюс будет нагрет сильно, а экватор останется холодным (при условии, что теплопроводность шара такова, что он не успевает прогреться за время полета в атмосфере).

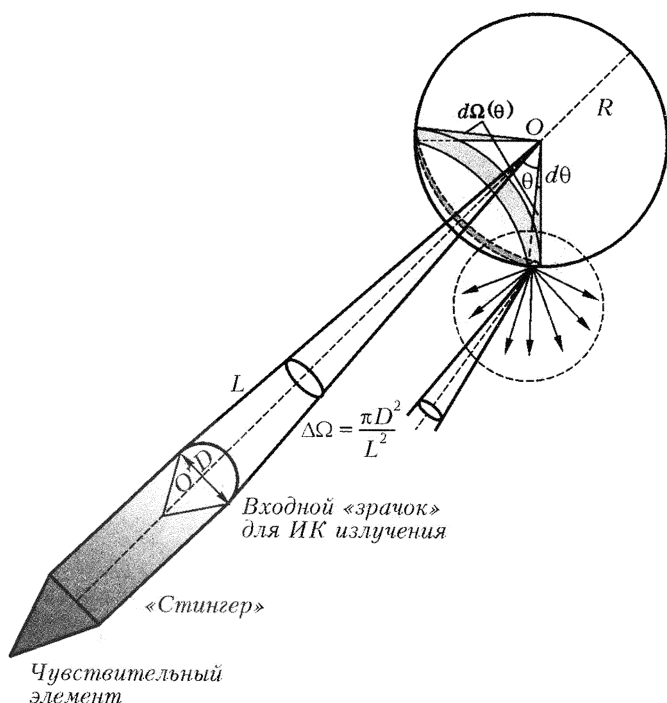


Рис. 105. Оптическая схема излучения летящего шара

Предположим, что угловая зависимость температуры поверхности шара имеет вид $T(\theta) = T_0 \cos^2 \theta$. Тогда каждая кольцевая полоска поверхности шара площадью $dS = R d\theta \cdot 2\pi R_\perp = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$ будет излучать мощность

$$\sigma T^4(\theta) \cdot 2\pi R^2 \sin \theta d\theta = \sigma T^4(\theta) R^2 d\Omega(\theta),$$

где $d\Omega(\theta) = 2\pi \sin \theta d\theta$ — телесный угол, под которым из центра шара видна выделенная нами полоска. Но эта мощность излучается во всех направлениях, что и показано на рисунке 105 пучком стрелок. А нам нужна только та часть этой мощности, которая попадает в «зрачок» головки «Стингера» диаметром D , т.е. та часть потока излучения, которая идет с любой точки поверхности шара внутри телесного угла $\Delta\Omega = \pi D^2 / L^2$ (предполагается, что искомое расстояние L велико и «зрачок» виден с любой точки шара под одним и тем же телесным углом).

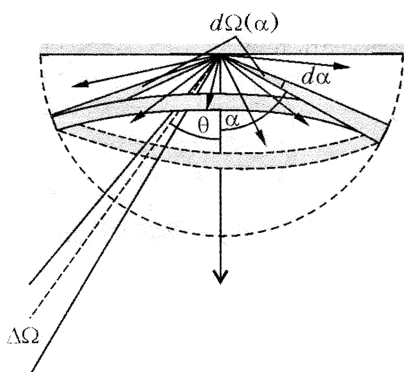


Рис. 106. К определению яркости

коэффициент пропорциональности B (от английского слова brightness — яркость) и есть яркость. Запишем это:

$$dW(\theta) = Bd\Omega(\alpha)dS \cos \alpha.$$

(Эта зависимость имеет даже специальное название — закон Ламберта.) Если температура выделенной площадки dS равна T , то во всех направлениях излучается мощность, равная, согласно закону Стефана — Больцмана, $\sigma T^4 dS$. Проинтегрируем записанное выше выражение по всем направлениям и приравняем к этой мощности. Используя выражение для телесного угла

$$d\Omega(\alpha) = 2\pi \sin \alpha d\alpha,$$

найдем

$$BdS \int_0^{\pi/2} 2\pi \sin \alpha d\alpha \cos \alpha = \sigma T^4 dS,$$

или, сократив на dS и выполнив интегрирование

$$\int_0^{\pi/2} \sin \alpha d\alpha \cos \alpha = \int_0^{\pi/2} \cos \alpha d(-\cos \alpha) = -\frac{\cos^2 \alpha}{2} \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{2},$$

получим

$$B = \frac{\sigma T^4}{\pi}.$$

Таким образом, яркость в π раз меньше σT^4 . Но заметим, что у нее и другая размерность: в знаменателе стоит не просто π , а π *стерадиан*! Разумеется, эта размерность — Дж/(м² · с · ср) — соответствует определению яркости.

Теперь соберем все, что нам нужно: только что полученное выражение для B , угловую зависимость температуры, телесный угол, в который идет излучение, попадающее в «зрачок» «Стингера», и проинтегрируем по всем полоскам на поверхности шара:

$$W = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{\sigma T_0^4}{\pi} \cos^8 \theta \frac{\pi D^2}{L^2} 2\pi R^2 \sin \theta d\theta \cos \theta =$$

$$= \sigma T_0^4 \frac{D^2}{L^2} 2\pi R^2 \int_0^{\pi/2} \cos^9 \theta d(-\cos \theta) = \frac{\sigma T_0^4 D^2}{L^2} \frac{2\pi R^2}{10}.$$

Но $W \geq W_{\min}$. Это означает, что расстояние, на котором «Стиггер» начнет «чувствовать» излучение шара, должно удовлетворять условию

$$L \leq \sqrt{\frac{\sigma T_0^4}{W_{\min}} \frac{2\pi R^2}{10} D^2} = T_0^2 R \sqrt{\frac{\sigma/5}{W_{\min}/(\pi D^2)}}.$$

Примем, например, $T_0 = 1000$ К, $R = 1$ м, $q_{\min} = W_{\min}/(\pi D^2) = 5 \cdot 10^{-7}$ Вт/м². Тогда получим

$$L \leq 10^6 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{5,67 \cdot 10^{-8}/5}{5 \cdot 10^{-7}}} \text{ м} \approx 1,5 \cdot 10^5 \text{ м} = 150 \text{ км}.$$

Конечно, мы получили завышенную оценку. Ну хотя бы потому, что тепловое излучение происходит в широком интервале частот, содержащем, в частности, и видимые (нашим глазом) лучи, и ультрафиолетовые лучи, которых как раз «Стиггер» не видит: его светофильтры пропускают только малую часть спектра, соответствующую инфракрасному излучению, которое не видим мы.

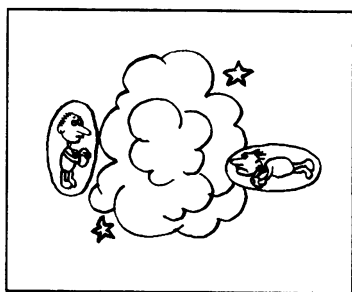
СЛУЧАЙ В ГАЗОВОЙ ТУМАННОСТИ

Бешено стучали сердца, вращались рототроны, дрожали осцилляторы; смотроскопы показывали искривление пространства-времени. Сквозь заклепки сочились кванты. Черная энтропия росла...

— Ба, да ведь мы на краю обыкновенной гиперплоскости! — воскликнул Сто Двадцать Пятый штурман.

Из квазинаучной фантастики

Случилось это как-то давным-давно: два звездолета неожиданно попали в область притяжения холодного водородного облака и истратили весь запас топлива на торможение,



так что остановились буквально у его границы. Что было делать? Конечно, «лечь в дрейф», как говорили древние моряки, — ничего не делать и ждать помощи.

Тут астронавты заметили, что корабли затормозили у границы облака в разном положении: один — перпендикулярно границе, а другой — параллельно.

(Надобно сказать, что в ту пору звездолеты строили в виде тонких дисков.) Засели штурманы за компьютеры и решили узнать, как будут двигаться их корабли и — самое главное — когда они будут вновь сближаться. Засядем и мы.

Пусть (как вскоре и выяснили астронавты) облако водорода будет плоским и однородным (т.е. постоянной плотности). Поскольку есть скопление массы, должно быть поле тяготения. Ясно, что во всех точках средней плоскости (при $x = 0$ на рисунке

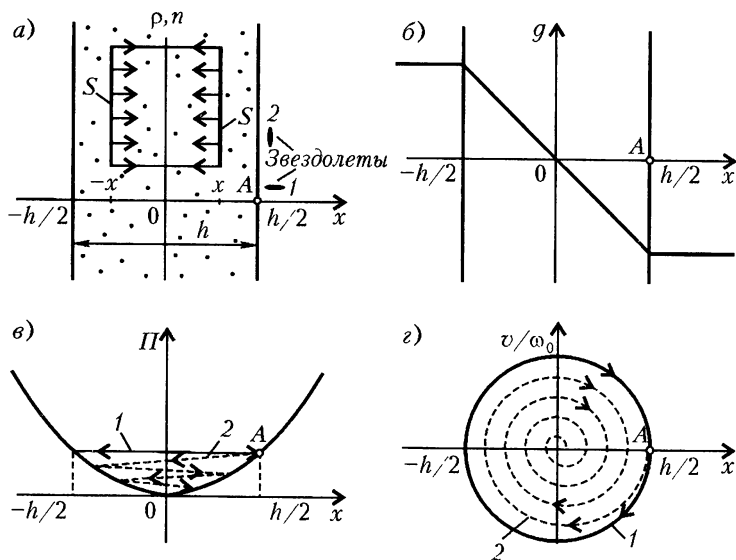


Рис. 107. К определению потока поля тяготения: а) плоский слой распределенной массы; б) напряженность поля тяготения; в) потенциальная энергия тяготения; г) фазовая плоскость

107) сила тяготения равна нулю – из соображений симметрии. При удалении от плоскости симметрии сила тяготения в расчете на один килограмм массы – т.е. ускорение тяготения – должна расти по модулю, а, как вектор, ускорение тяготения должно быть направлено к плоскости симметрии.

Великий математик Гаусс догадался, как все эти мысли записать короче. Выделим мысленно внутри слоя коробку с крышками площадью S , расположенными при x и $-x$ параллельно границам (и плоскости симметрии) газового слоя (на рисунке 107,а она показана сбоку). Ускорение тяготения $g(x)$ постоянно во всех точках этих крышек. Похоже, что оно как бы «втекает» внутрь коробки, поэтому произведение $2Sg(x)$ называется потоком вектора \vec{g} внутрь этой коробки. Так вот, *теорема Гаусса* утверждает, что этот поток пропорционален массе вещества внутри коробки $\rho \cdot 2Sx$ – только эта масса и порождает этот поток, причем коэффициентом пропорциональности является гравитационная постоянная G , умноженная на 4π . Таким образом,

$$2Sg(x) = -4\pi G\rho \cdot 2Sx,$$

где знак «минус» показывает, что вектор \vec{g} направлен именно внутрь коробки.

Кто хочет, может проверить теорему Гаусса на примере точечной гравитирующей массы m_1 . Действительно, окружим точечную массу сферой радиусом r и, значит, площадью $4\pi r^2$ (рис.108). Тогда

$$g(r) \cdot 4\pi r^2 = -4\pi Gm_1,$$

откуда

$$g(r) = -\frac{Gm_1}{r^2}$$

– получили известное выражение для ускорения силы Ньютона для гравитирующей точки. Можно сказать, что всемирный закон тяготения «спрятан» в теореме Гаусса.

Итак, из теоремы Гаусса находим

$$g(x) = -4\pi G\rho x.$$

Но если сила пропорциональна смещению x (см. рис.107,б), то потенциальная энергия пропорциональна $x^2/2$ (см. рис.107,в).

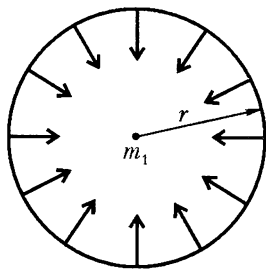


Рис.108. К проверке теоремы Гаусса

Вспомним, например, пружину жесткостью k : возвращающая сила равна $F = -kx$, потенциальная энергия равна $\Pi = kx^2/2$. В нашем случае, очевидно, $k = 4\pi MG\rho$, где M – масса звездолета. Значит, суммарная механическая энергия звездолета, находящегося на расстоянии x от плоскости симметрии облака и имеющего здесь скорость v , равна

$$\frac{Mv^2}{2} + 4\pi MG\rho \frac{x^2}{2}.$$

Первый звездолет-диск, движущийся ребром к границам плоского облака, почти не встречает сопротивления. Поэтому его суммарная механическая энергия постоянна и равна, например, ее значению на краю облака

$$\frac{M \cdot 0^2}{2} + \frac{4\pi MG\rho}{2} \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

(учтено, что скорость при этом нулевая). Тогда закон сохранения энергии звездолета можно записать так:

$$\left(\frac{v}{\sqrt{4\pi G\rho}}\right)^2 + x^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2.$$

Здесь $\sqrt{4\pi G\rho} = \omega_0$ – это угловая частота гармонических колебаний звездолета внутри параболической потенциальной ямы (рис.109), следовательно, период колебаний будет равен

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \sqrt{\frac{\pi}{G\rho}}.$$

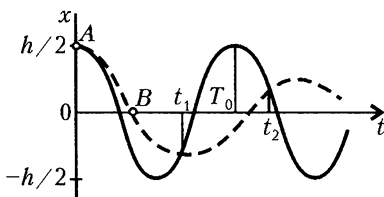


Рис.109. Колебания звездолетов

С другой стороны, закон сохранения энергии можно графически представить в координатах x , v/ω_0 (на так называемой *фазовой плоскости*) в

виде окружности радиусом $h/2$ (см. рис.107,з): движение начинается из точки A (где $x_A = h/2$ и $v_A = 0$) и в отсутствие трения происходит вечно, возвращаясь в эту же точку через время T_0 . А еще можно записать смещение и скорость звездолета 1 как функции времени:

$$x = \frac{h}{2} \cos \omega_0 t, \quad v = -\frac{h}{2} \omega_0 \sin \omega_0 t.$$

С такой точки зрения, равенство, выражающее закон сохранения энергии, – это просто теорема Пифагора в координатах x , v/ω_0 .

Но что происходит со вторым звездолетом, который пересекает облако плазмы? Так как у него большое поперечное сечение $S_{\perp} = \pi a^2$, где a – его радиус, он будет тормозиться за счет столкновений с молекулами. Если считать удары молекул абсолютно упругими, то каждая из них (массой m) сообщает звездолету импульс $-2mv$, а так как в единицу времени он «заметает» объем пространства $S_{\perp}v$, то полный поток импульса (т.е. сила сопротивления) составит $\pi a^2 \cdot 2\rho v^2$ (здесь учтено, что $\rho = mn$, где n – концентрация молекул в облаке). Значит, при перемещении звездолета на расстояние Δx работа силы сопротивления равна $\pi a^2 \cdot 2\rho v^2 \Delta x$. Полная механическая энергия второго звездолета уже не будет постоянной (см. рис.107,е), и ее убыль на перемещении Δx составит

$$\Delta \left(\frac{1}{2} \left(\frac{v}{\omega_0} \right)^2 + \frac{x^2}{2} \right) = - \frac{\pi a^2 \cdot 2\rho}{M} \left(\frac{v}{\omega_0} \right)^2 |\Delta x|.$$

Очевидно, что это будут уже затухающие колебания (см. рис.109; штриховая линия). Период их будет больше T_0 , и ясно почему: из-за силы торможения второй звездолет уже впервые дойдет до плоскости симметрии (точка B) позднее, чем первый. А на фазовой плоскости движение второго звездолета изобразится в виде спирали (см. рис.107,з).

Можно написать решение последнего уравнения в виде кривой в фазовой плоскости:

$$\left(\frac{v}{\omega_0} \right)^2 = -2l \left(x - l - \left(\frac{h}{2} - l \right) e^{\frac{h/2 - x}{l}} \right),$$

где введено обозначение

$$l = \frac{M}{\pi a^2 \cdot 4\rho}.$$

Величина l имеет размерность длины и, очевидно, является тем характерным расстоянием, на котором существенно изменяется кинетическая энергия второго звездолета из-за силы сопротивления.

Кто хочет убедиться в правильности этого решения, пусть подставит его в уравнение, а кто не может, пусть не расстраивается, а поступает на факультет аэромеханики и летательной техники Московского физико-технического института – тогда и сможет.

Да, но! – воскликнул капитан одного из звездолетов. – Если внутри этого газового слоя есть гравитация, то почему он не сжимается к плоскости симметрии?!

Другой капитан объяснил ему по радио, что сжатию препятствует хаотическое, «тепловое» движение атомов. В самом деле, хотя облако и холодное – температура порядка 20 К, т.е. раз в 15 меньше, чем средняя температура Земли, – но и молекулы водорода тоже раз в пятнадцать легче, чем молекулы воздуха, поэтому средняя скорость их теплового движения никак не меньше, чем у молекул земной атмосферы, а ведь атмосфера не падает на поверхность нашей родной планеты. Конечно, плотность атмосферы не постоянна – она убывает с высотой, так что и наличие резкой границы плотности у встретившегося облака есть не более чем предположение, упрощающее расчеты.

Теперь осталось подставить в уравнение кривой в фазовой плоскости кинематическое определение скорости $v = dx/dt$ и, решая полученное дифференциальное уравнение (например, на компьютере), найти «расписание движения» $x(t)$ второго звездолета. Но это и не обязательно делать прямо сейчас – пусть этим занимаются штурманы, а мы по сути дела уже все описали качественно. Например, моменты времени новых встреч звездолетов (t_1, t_2, \dots) можно будет найти из графиков на рисунке 109.

Сделаем лишь некоторые численные оценки. Примем плотность молекулярного облака $\rho \sim 10^{-16}$ кг/м³, его характерную толщину $h \sim 0,1$ парсека = $3 \cdot 10^{15}$ м. В качестве данных для звездолетов возьмем, например, следующие: масса $M \sim 1000$ тонн = 10^6 кг (три современных авиалайнера), радиус диска $a \sim 100$ м.

Тогда для периода гармонических колебаний первого звездолета получим

$$T_0 \sim \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \cdot 10^{-16} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} \sim 0,3 \cdot 10^{14} \text{ с} \approx 10^6 \text{ лет.}$$

Наибольшая скорость движения, которая достигается в плоскости симметрии облака (при $x = 0$) равна

$$\dot{v}_{\max} = \frac{h}{2} \sqrt{4\pi G \rho} \sim 400 \text{ м/с},$$

что сравнимо со средней тепловой скоростью движения молекул. Поэтому к проведенному выше вычислению силы сопротивления нужно тоже относиться лишь как к оценке по порядку величины. Зато уже точно взаимодействие звездолета с облаком является, как говорят физики, *свободномолекулярным*. Действительно, средняя длина свободного пробега молекул между их столкнове-

ниями зависит от концентрации молекул n и поперечного сечения их взаимодействия $\pi(2r_m)^2$ так:

$$l_m \sim \frac{1}{n\pi(2r_m)^2}.$$

Подставляя сюда $n = \rho/m_{H_2} \sim 10^{-16} \text{ кг/м}^3 / (2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}) \sim 3 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}$ и $r_m \sim 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, получим $l_m \sim 3 \cdot 10^7 \text{ м}$, что много больше размеров звездолета. Значит, молекулы ударяются о его поверхность независимо друг от друга (не образуя сплошной среды).

Характерное расстояние, на котором заметно убывает энергия второго звездолета (оно входит в показатель экспоненты в соответствующем равенстве), равно

$$l \sim \frac{10^6 \text{ кг}}{\pi \cdot 10^4 \text{ м}^2 \cdot 4 \cdot 10^{-16} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \sim 10^{17} \text{ м}.$$

Это заметно больше принятой толщины газового облака; значит, затухание колебаний в его пределах будет незначительным.

Однако вспомним T_0 : долго же звездолетам колесаться! Вы же без колебаний продолжайте изучать физику.

СВЕРХЗАДАЧА КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА

...небесные миры – это будущие обитатели отцов, ибо небесные пространства могут быть доступны только для воскрешенных и воскрешающих; исследование небесных пространств есть приготовление этих обитателей.

Н.Федоров

Мы уже не раз упоминали формулу Циолковского для определения скорости ракеты. Но что же думал сам первооткрыватель этой знаменитой формулы? Действительно, зачем провинциальный школьный учитель так рвался и звал в космос от зеленых лесов и лужаек, пренебрегая бытом и тратя большую часть заработка на эксперименты, на частные издания своих трудов, почти всеми тогда отвергаемых? Тут нельзя все списать на маниакальное



стремление к славе земной – у него все слишком верно, результативно, плодотворно, следовательно, на психическое расстройство не похоже. Тут что-то более глубокое.

В своих дневниках он сетовал, что во мнении людей выглядит «каким-то односторонним техником, а не мыслителем»... «Ракета для меня – только способ, только метод проникновения в космос». Зачем же?

И постепенно возникает подозрение, что, может быть, любой великий мыслитель ставит перед собою некоторую Сверхзадачу, далеко превосходящую обыденные понятия, и обнаружение таковой – важнейший элемент в истории науки и полезнейший в педагогике.

В истории русской космонавтики выстраивается определенная цепочка ярких личностей и событий (может быть, только часть, только обрывок цепочки, но звенья этого кусочка логично сцеплены). Начнем с Н.Ф.Федорова (1828–1903), внебрачного сына князя Гагарина, библиотекаря Румянцевского музея, скромного, незаметного философа в «старом, потертом, но опрятном платье», который при жизни почти не публиковал своих размышлений. А размышлял он ни много ни мало как о физическом, телесном бессмертии, причем не только тех будущих поколений, при жизни которых наука достигнет нужного уровня (это было бы понятно, но эгоистично с их стороны), но и всех прошлых, короче – о воскрешении отцов. В этом он видел главную цель науки, требовал даже университеты строить на кладбищах, чтобы юноши размышляли не о чепухе, а о победе над смертью. По современной терминологии, согласно которой отрасли науки делятся на фундаментальные и прикладные, он был, можно сказать, сторонником практического, прикладного Христианства.

А с какими мыслями он побывал на Памире? Не потому ли, что там и небо ближе, Солнце и Луна совсем белые, а звезды цветные и не мигающие: «...Земля, тьмы поколений поглотившая, небесною сыновнею любовью и знанием движимая и управляемая, станет возвращать ею поглощенных и населять ими небесные, ныне бездушные... звездные миры... Этот день будет дивный, чудный, но не чудесный, ибо воскрешение будет делом не чуда, а знания и общего труда».

Следующее звено. В течение трех лет (1873–1876) этот русский философ руководил самообразованием К.Э.Циолковского, подбирая литературу для провинциального мальчика. Идеи Федорова были восприняты его способным учеником как стимул к посильному деянию, но не по воскрешению отцов

(этого никто тогда не мог, как, впрочем, и сейчас), а к подготовке уже следующего этапа – куда девать воскрешенные поколения отцов плюс все прибывающие поколения сыновей. Конечно же, вверх, к невесомости, в море света, океан энергии – в космос!

Скорее всего, именно об этом и размышлял будущий «отец русской космонавтики», глядя на звезды, выводя знаменитую формулу и пытаясь мысленно проникнуть в тонкости космического быта там – так что при чтении его работ, созданных на основе законов физики, открытых на Земле, возникает ощущение, что он пришел уже *оттуда*, что он сам все это уже прочувствовал.

Конечно, это настойчивое требование философии Федорова победы науки над смертью (не только грядущей, но и свершившейся) относится к классу идей, величие или нелепость которых трудно оценить современникам (по его признанию, точная дата возникновения этой основной идеи – 1851 год). И сейчас материалистически-атеистическое мышление подсказывает, что, скорее всего, это утопия. Но через полстолетия после запуска первого искусственного спутника Земли (1957 г.) разумно вспомнить о «духовной пружине», стимулировавшей творчество великих теоретиков Космоса.

Следующий этап – идейное влияние Циолковского на С.П. Королева – важнейшее практическое звено в этой цепочке. Тут уже почти все на нашей памяти, так что и говорить долго не надо. Результат – первый искусственный спутник Земли. И вскоре вслед за этим Гагарин (1961 г.): «Ну, посхали!» (Не случайно и совпадение отцовской фамилии философа и первого космонавта.)

Но, может быть, Н.Ф. Федоров и не первый, кто теоретически занимался практическим Христианством. Ведь есть и нетленные мощи святых и, возможно, еще многое, чего не знает автор этих строк. Но случайно ли обрывок цепочки, тянущейся в Вечность, причем с практической доминантой, возник именно на русской земле?

«Русский народ, подобно народу сврейскому, – народ мессианский. В лучшей своей части он ищет Царства Божьего, ищет правды и уповает, что не только день Божьего Суда, но и день торжествующей Божьей правды наступит после катастроф, испытаний и страданий» (Н.А.Бердяев).

Итак, вместо космонавтики государственной, военно-оборонительной – Космонавтика всемирная, общечеловеческая?..

НОВОЕ ТЫСЯЧЕЛЕТИЕ: ЖИВ ДЕДАЛ!

Человечество не останется вечно на Земле, но, в погоне за светом и пространством, сначала робко проникнет за пределы атмосферы, а затем завоюет себе все околосолнечное пространство.

К Циолковский

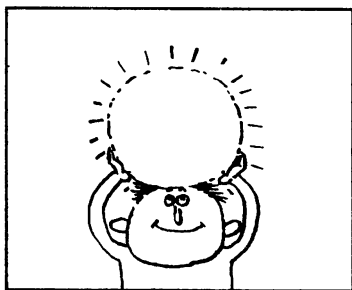
Забавно, что (если оставить в стороне общепризнанные философские соображения о неумности человеческой мысли) эти экспансионистские надежды получили реальную основу исключительно в связи со скромной на вид формулой Циолковского, впервые обнаружившей принципиальную возможность достичь второй космической скорости («скорости убегания»). И вот после первых чисто эмоциональных прелестей полета на аэростатах и примитивных планерах, после мелких и крупных пакостей, которые самолеты и ракеты доставляли (всегда временному) противнику, Человечество в целом вдруг осознало возможность использования все более совершенных летательных аппаратов для освоения пространств и богатств, по крайней мере, Солнечной системы.

В литературе по космонавтике общепризнанным сроком осуществления экспедиции Земля – Марс – Земля считается 2 года 8 месяцев. Такая продолжительность экспедиции на Марс соответствует минимальному расходу топлива и стартовой скорости с Земли 11,6 км/с. Дальше – больше. Поняли, что можно создать термоядерные ракетные двигатели, которые позволят разогнать космические корабли до скоростей порядка 1–10% скорости света. Время полета корабля с таким двигателем к Марсу составит всего одну неделю.

К настоящему времени ученые нарисовали крупными мазками картину освоения Солнечной системы в ближайшем тысячелетии. В таблице указаны лишь несколько этапов этой грандиозной деятельности, которые, разумеется, можно осуществить при

помощи уже не просто отдельных летательных аппаратов, а мощных летательных систем.

Но зачем нужно так стремиться в космос? Неограниченное использование солнечной энергии – вот то огромное преимущество, которое космические предприятия будут иметь перед хозяйством Земли. Ведь Земля «перехватывает» только



Таблица

Основное содержание этапа	Годы
Освещение Земли с помощью орбитальных отражателей	2010
Космические солнечные электростанции для энергоснабжения Земли	2050
Индустриальное освоение Луны	2180
Крупномасштабные искусственные сооружения в космосе	2400
Использование вещества других планет, их транспортировка на удобные орбиты	2500
Освоение Венеры и Марса	2700

очень малую долю энергии излучения Солнца. Эту долю легко рассчитать, разделив площадь большого сечения (большого круга) Земли на площадь сферы радиусом, равным расстоянию Солнце – Земля. Получим

$$\frac{\pi R_{\oplus}^2}{4\pi r_{\odot\oplus}^2} = \frac{(6400 \text{ км})^2}{4(150000000 \text{ км})^2} = 4 \cdot 10^{-10}.$$

Обидно мало. Да и то часть этой перехваченной энергии отражается в космос блестящей поверхностью океанов и белой поверхностью облаков.

«Почти вся энергия Солнца пропадает в настоящее время бесполезно для человечества... Что странного в идее воспользоваться этой энергией! Что странного в мысли овладеть и окружающим земной шар беспредельным пространством...» (К.Э. Циолковский).

Так что, пожалуй, самым скромным из приведенных в таблице этапов является попытка вернуть на Землю часть проходящих мимо нее лучей Солнца хотя бы с помощью отражателей, вынесенных на орбиту.

Предполагается, что космические солнечные электростанции будут размещены в экваториальной плоскости на околоземной круговой орбите, на которой они будут двигаться с той же угловой скоростью, что и Земля, и для наблюдателя с Земли будут казаться неподвижно висящими в небе (геостационарная орбита).

Оценим эту высоту. Поскольку радиус, проведенный в экваториальной плоскости из центра Земли к этой станции, вращается, по предположению, с угловой скоростью Земли Ω_{\oplus} , линейная скорость этой станции равна $v_r = r_r \Omega_{\oplus}$ (r_r – радиус искомой геостационарной орбиты). Запишем еще условие равен-

ства центростремительного ускорения и ускорения тяготения в точках этой орбиты:

$$\frac{GM_{\oplus}}{r_{\Gamma}^2} = \frac{v_{\Gamma}^2}{r_{\Gamma}}, \text{ или } \frac{g_{\oplus}R_{\oplus}^2}{r_{\Gamma}^2} = \frac{(r_{\Gamma}\Omega_{\oplus})^2}{r_{\Gamma}},$$

откуда

$$r_{\Gamma} = \sqrt[3]{\frac{g_{\oplus}R_{\oplus}^2}{\Omega_{\oplus}^2}}.$$

Подставляя в выражение для r_{Γ} числа и вычитая радиус Земли, найдем высоту геостационарной орбиты:

$$h_{\Gamma} = r_{\Gamma} - R_{\oplus} \approx 36000 \text{ км.}$$

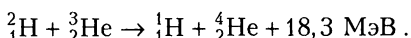
По оценкам космонавта К.П. Феоктистова, для строительства одной такой станции потребуется вывести на орбиту массу порядка 10^8 кг, например в виде рулонов металлической ленты, из которой затем в космосе будут собраны панели площадью в несколько квадратных километров. Для этого потребуется около 5000 запусков современных ракет-носителей.

Ученые считают, что лет через сто значительная часть человечества сможет жить в космических поселениях, превратив Землю в освобожденный от промышленного производства всемирный парк, который естественным путем постепенно оправится от почти смертельного удара, нанесенного промышленной революцией.

Одно из типовых поселений – тор (колесо) диаметром около 1,6 км, вращающийся вокруг центральной оси для создания искусственной тяжести. Внутри разместится 10000 человек со всем необходимым для жизни, включая магазины, школы, легкую промышленность и сельскохозяйственное производство замкнутого цикла. Для обеспечения десятитысячного населения овощами, зерновыми, домашней птицей и мясомолочными продуктами (по североамериканским продовольственным нормам) понадобятся сельскохозяйственные угодья площадью около $450000 \text{ м}^2 = 45 \text{ га}$. Эти «посевные площади» могут освещаться солнечным светом 24 часа в сутки.

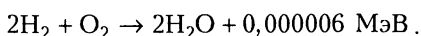
Итак, Солнечная система освоена. А дальше – звезды, и даже до ближайших из них свет идет несколько лет. Но мысль человека – быстрейший летательный аппарат. И вот готов проект «Дедал» – пока что самая скромная беспилотная экспедиция к звезде Барнарда, удаленной от нас на расстояние в 6 световых лет. Скромность цели: доставить в район звезды груз массой 450 т (возвращение аппарата не предусматривается). Двигатель

– с использованием энергии ядерного синтеза. Сферический объем дейтерия и гелия-3, охлажденных до -270°C , вводится в двигатель специальной пушкой и «обжимается» со всех сторон множеством пучков быстрых электронов, создаваемых специальными генераторами. Топливо сжимается и разогревается до очень высоких температур, при которых начинается ядерный синтез согласно реакции



В результате образуются протон и знакомая нам α -частица.

Для сравнения приведем реакцию горения водорода в кислороде – самую «мощную» из реакций, используемых в обычных химических ракетах:



Обилие нулей после запятой в правой части приведенной реакции говорит о смехотворной малости энергетического выхода этой мощной химической реакции по сравнению с термоядерной (18,3 МэВ) и объясняет, почему именно последнюю предполагается использовать в звездолетах.

После взрыва ядерного топлива образуется облако ионизированного газа, подобное шаровой молнии, которое выталкивается наружу магнитным полем, ограниченным металлическими стенками «камеры сгорания» двигателя. Частота взрывов достигает 250 Гц, а мощность превышает вырабатываемую сейчас на всем земном шаре.

Для разгона корабля в проекте «Дедал» до скорости в 10% скорости света требуется около 50000 т ядерного топлива. Дейтерий есть на Земле в достаточном количестве (в океанах), а вот другой компонент топлива – гелий-3 – вообще на Земле не существует, полученный же в ядерных реакторах стоит несколько миллионов долларов за килограмм. А нужно его 30000 т.

Но и здесь мудрая Природа дала людям шанс. Есть гелий-3 в Солнечной системе! В атмосфере Юпитера его, по оценкам, содержится около 10^{19} кг, и этого вполне достаточно для многих межзвездных экспедиций. Здесь приходит на память изящная гипотеза о возможности посещения Земли инопланетянами еще в эпоху детства человечества: следы своего посещения они могли оставить не на Земле, а на Луне, причем на ее обратной стороне, невидимой с Земли. Цель: если человек доберется до той стороны Луны – это уже будет экзаменом на зрелость, по крайней мере, технологическую, иначе (если оставить па Земле) все поломают и сожгут, так и не поняв смысла. Не так ли эти мудрые

пришельцы в далеком прошлом оставили запасы гелия-3 на Юпитере? Попробуй сначала доберись! (Во всяком случае, именно так родители прячут от младенцев часы и острые предметы на высокие шкафы и полки.)

Итак, запаслись горючим на Юпитере и летим дальше. Управление полетом осуществляет мощная ЭВМ, принимающая ответственные решения, – ведь до Земли сигнал идет уже несколько лет, а такую связь трудно назвать оперативной, скорее она будет напоминать переписку Ивана Грозного с князем Курбским.

А как за многие годы полета обезопасить корабль от столкновений со случайными телами? Вопрос не праздный. Например, при столкновении с мелким камешком массой 1 г выделится энергия $\frac{m}{2} \left(\frac{c}{10} \right)^2 \sim 5 \cdot 10^{11}$ Дж (здесь мы использовали классическое, а не релятивистское выражение для кинетической энергии, потому что хоть скорость звездолета и велика (0,1 c), но квадрат ее мал по сравнению с квадратом скорости света – всего 1%). Разделив эту энергию на удельную теплоту сгорания тринитротолуола, получим массу примерно 100 т! Это масса бомб целой эскадрильи времен второй мировой войны; она, пожалуй, не могла бы остаться безвредной для самого большого звездолета.

И вот что придумали: будем «гнать» перед собою тучу пыли, которую создают и поддерживают специальные небольшие аппараты – «пылевые жуки». Пусть эта туча движется перед основным кораблем на расстоянии 300 км. Тогда любое крупное тело на трассе звездолета сначала столкнется с пылевым облаком и при этом столь интенсивно нагреется, что тело массой до полутонны практически мгновенно испарится. Что значит «практически мгновенно»? Значит быстрее, чем подойдет к этому месту звездолет, т.е. быстрее на $300 \text{ км} / (300000 \text{ км/с}) = 1 \text{ мс}$.

Вся экспедиция – от старта до получения на Земле информации от звезды – займет около 60 лет. Даже если она начнется завтра, автор этой книги утешится только мыслью, что эту информацию получают (тогда уже немолодые) читатели.

Конечно, начальная масса звездолета велика – в истории летательных аппаратов такой еще не было. Поэтому понятно благородное стремление на чем-то сэкономить. Так, ту же идею прямого реактивного двигателя (см. главу «Почему именно ракета») предполагается использовать и для межзвездных перелетов. Соответствующий проект так и называется: межзвездный

прямоточный реактивный двигатель. Он «загребает» разреженный водород, заполняющий межзвездное пространство, но использует его не только в качестве ускоряемой массы, но и как термоядерное топливо в процессе превращения четырех атомов водорода в атом гелия с выделением большой энергии термоядерного синтеза. Потенциальные возможности такой двигательной установки огромны.

Если такой звездолет будет двигаться с ускорением земного тяготения, то он покроет расстояние в десять световых лет приблизительно за 12 лет по земным часам (для членов экипажа пройдет всего лишь пять лет). Экипаж сможет пересечь Галактику, поперечник которой около 100000 световых лет, за 31 год. По земным часам на это потребуется 100000 лет, и мало кто из потомков участников старта вспомнит об этой экспедиции.

Стартовая масса такого корабля будет около 100000 т. Установленные на нем двигатели (типа тех, что на звездолете «Дедал») разгонят корабль до 2% скорости света. На это потребуется около 45000 т топлива. При такой скорости уже можно использовать межзвездный прямоточный реактивный двигатель. Диаметр заборника такого звездолета был бы равен половине диаметра Юпитера.

И тут вспомнился М.Е.Салтыков-Щедрин: «...желать следует только того, что к достижению возможно, ежели будешь желать недостижимого, как например укрощения стихий, прекращении течения времени и подобного, то сим градоначальническую власть не токмо не возвысишь, а наипаче сконфузишь».

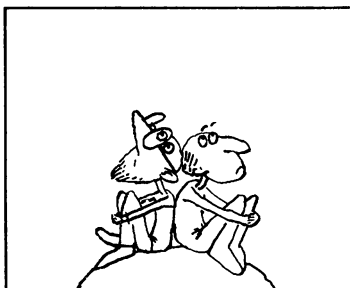
ИЗ ГЛУБИН ВСЕЛЕННОЙ

Медленный шепот раздался в его ушах... Словно тихая молния, пронзил его сердце далекий голос, повторявший печально на неземном языке:

– Где ты, где ты, где ты, Сын Неба?

А.Толстой

Когда ученые задумались о возможности радиосвязи с внеземными цивилизациями, среди множества вопросов возник и такой: каким образом представители различных звездных систем могли бы сообщать друг другу информацию, например о своих собственных размерах? Что подумают, скажем, разумные жители систем Альфа Центавра или Тау Кита, если мы выразим свой рост в футах или расстояние между ушами – в локтях? Едва ли им известны эти единицы измерения – тем более что неизвестно, есть ли у них вообще уши, локти или ступни



(футы). Не легче обстоит дело и с метрами – ибо это сугубо земная единица длины. Так же и с другими мерами. Следовательно, можно ожидать, что за единицу длины разумные межзвездные корреспонденты должны были бы выбрать некоторую объективную длину, во-первых, одинаковую во всех частях Вселенной и, во-вторых, само поня-

тие о которой должно возникнуть только при определенном уровне развития цивилизации (по крайней мере, когда у последней уже появились радиотелескопы) – а иначе зачем с ней и связываться?

И тут ученые вспомнили о длине волны $\lambda = 21$ см, излучаемой нейтральным атомарным водородом. Но – все по порядку.

Еще в 1933 году были обнаружены радиоволны, идущие от центра Галактики, в широком диапазоне длин волн. Директор Лейденской обсерватории Я.Оорт, высоко оценив это открытие, добавил, однако, что неплохо бы найти особую радиочастоту, которая сыграла бы в радиоастрономии такую же роль, как спектральные линии в оптике. И его молодой студент Ван де Хюлст в 1944 году нашел такую частоту: $\nu = 1420$ МГц, что и соответствует длине волны $\lambda = 21$ см.

Но что значит «нашел»? Не споткнулся же он о нее на тротуаре Лейдена? Прежде всего, он знал, где искать – конечно, в спектре излучения водорода, которого во Вселенной очень много. Далее, она не должна принадлежать к ультрафиолетовому, видимому, инфракрасному диапазонам спектра – иначе какая же это радиочастота? Потом желательно, чтобы она не генерировалась процессами на Земле – чтобы не было помех... Наверное, что-то в этом роде и думал студент.

Как известно, энергия электрона в атоме может принимать только дискретный набор значений $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$, т.е. каждый энергетический уровень имеет свой номер, выражаемый натуральным числом. И если электрон переходит из энергетического состояния n в состояние m , то излучается электромагнитная волна, частота которой ν_{nm} или длина волны λ_{nm} определяются соотношением

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{c}{\lambda_{nm}},$$

где $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с – постоянная Планка, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме. Понятно, что в случае излучения должно выполняться условие $E_n > E_m$, т.е. электрон должен переходить в состояние с меньшей энергией. Если вы рассмотрите кулоновское (электростатическое) притяжение электрона и протона в атоме водорода и учтете правило квантования Бора, то получите радиусы орбит электрона (в частности, нам пригодится $r_1 = 0,5 \text{ \AA}$) и дискретный набор оптических частот согласно приведенной формуле, например серию Бальмера (при $m = 2$).

Однако электрон и протон взаимодействуют не только электростатически. Оказывается, каждый из них похож еще и на маленький магнитик. Значит, их взаимодействие будет похоже и на взаимодействие двух магнитных стрелок (рис. 110). Если стрелки расположить рядом, то (в отсутствие магнитного поля Земли) они развернутся антипараллельно: каждая из них расположится вдоль магнитного поля другой стрелки. На рисунке

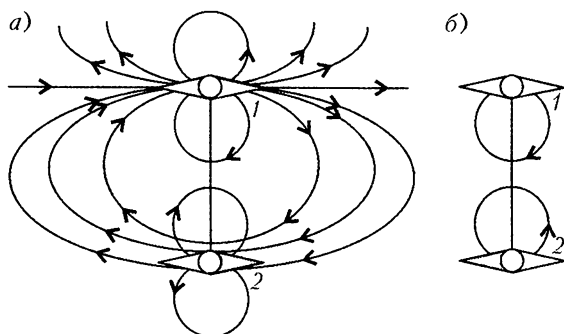


Рис.110. Поле пары магнитных стрелок

110,а и изображено это устойчивое положение равновесия (состояние а). Если мы, закрепив стрелку 1, насильно развернем стрелку 2 на 180° (назовем это состояние б) и затем предоставим самой себе, то она обязательно примет прежнее положение. Это означает, что в состоянии а потенциальная энергия стрелки 2 в магнитном поле стрелки 1 меньше, чем в состоянии б: $E_a < E_b$, хотя расстояния между их центрами одинаковы в обоих случаях. И если на месте этой нижней стрелки представить себе электрон-магнитик, то он должен излучать электромагнитную волну при таком «перевороте» без изменения расстояния до верхней стрелки (т.е. «радиуса орбиты»).

Конечно, эти макроскопические образы дают только грубый намек на принципиально квантово-механическое явление – излу-

чение радиоволны атомом водорода при «опрокидывании» магнитного момента электрона $\vec{\mu}_e$ относительно магнитного момента ядра (протона) $\vec{\mu}_p$. Но продолжим. Прежде всего, что такое магнитный момент? Уже ясно, что это должен быть некий вектор — ведь при повороте магнитной стрелки на какой-то угол вся картина ее магнитного поля поворачивается на тот же угол. А как описать «силу» магнита, как описать численно тот факт, что один магнит «сильнее» другого?

Согласно гипотезе Ампера, магнитное поле стрелки можно объяснить циркулирующими внутренними электрическими токами. Представьте себе для простоты эти токи текущими по квадратной рамке (рис.111). Вектор магнитного момента верхней магнитной стрелки (верхнего контура с током) $\vec{\mu}_1$, направлен так, что с его вершины ток I_1 , создающий магнитное поле стрелки, направлен против часовой стрелки. (Такой выбор направлений соответствует так называемой правой системе коор-

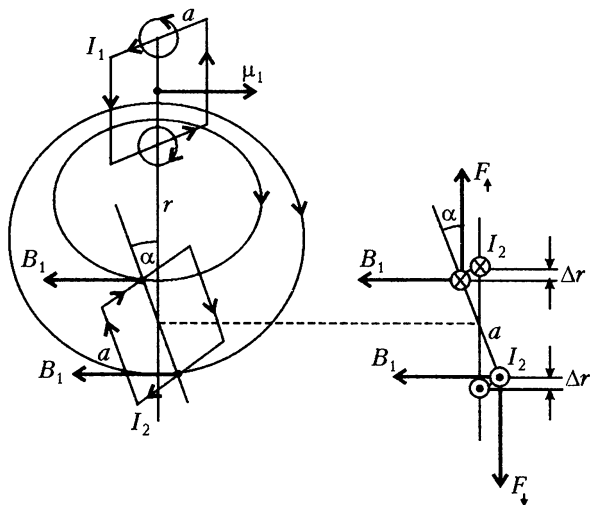


Рис.111. Магнитное взаимодействие рамок с током

динат, принятой в настоящее время для описания законов физики.)

Найдем магнитное поле, порождаемое током I_1 на расстоянии r , много большем, чем размер рамки ($r \gg a$). Как известно из электростатики, величина напряженности электрического поля точечного заряда q на расстоянии r пропорциональна q/r^2 (закон Кулона). Точно так же в магнитостатике величина

магнитного поля, порожденного «точечным» участком тока (ведь $a \ll r$), пропорциональна Ia/r^2 (закон Био–Савара–Лапласа). А чтобы записать эти зависимости в виде равенств, ставят еще множители, зависящие от выбранной системы единиц – например $1/(4\pi\epsilon_0)$ в системе СИ для закона Кулона.

Далее, магнитное поле на расстоянии r порождают все четыре участка с током рамки 1, поэтому получаем

$$B_1 \sim \frac{I_1 a^2}{r^3}.$$

Вот тут уже видна и величина магнитного момента: $\mu_1 = I_1 a^2$. Если мы выберем систему СИ, то в полученной формуле нужно поставить еще множитель 10^{-7} . Итак, поле магнита с моментом $\bar{\mu}_1$ подобно полю рамки площадью a^2 с током I_1 , и его индукция на большом расстоянии равна

$$\bar{B}_1(r) = -\frac{\bar{\mu}_1}{r^3} \cdot 10^{-7}.$$

Знак «минус» указывает, что поле в рассматриваемой точке противоположно направлению вектора магнитного момента, создающего это поле.

Пусть теперь в этом месте находится вторая рамка с током I_2 («в этом месте» означает, что центр второй рамки расположен на расстоянии r от центра первой рамки, но размер ее конечен – пусть тоже равен a и тоже много меньше r). Легко убедиться, что положением равновесия рамки 2 в поле рамки 1 является такое положение, при котором ток I_2 направлен противоположно I_1 , или вектор магнитного момента $\bar{\mu}_2$ направлен вдоль поля \bar{B}_1 , созданного первой рамкой. Для этого повернем плоскость рамки 2 на некоторый угол α по отношению к вертикали (см. рис. 111). Согласно закону Ампера, на верхнюю сторону рамки действует сила $F_{\uparrow} = B_1 I_2 a$, на нижнюю – сила $F_{\downarrow} = -B_1 I_2 a$, и они стремятся развернуть рамку в положение $\alpha = 0$, что и требовалось доказать.

А какую работу нужно совершить для поворота рамки 2 на угол α ? Из рисунка видно, что нужно работать против сил F_{\uparrow} и F_{\downarrow} на двух участках пути длиной $\Delta r = a(1 - \cos \alpha)/2$ каждая. Значит, искомая работа равна

$$A = 2B_1 I_2 a \frac{a}{2} (1 - \cos \alpha) = I_2 a^2 B_1 (1 - \cos \alpha).$$

И снова видим знакомое произведение $I_2 a^2$. Теперь-то мы уже знаем, что это модуль вектора магнитного момента $\bar{\mu}_2$! Поэтому,

с учетом выражения для B_1 , работу можно записать так:

$$A = \mu_1 \mu_2 \cdot 10^{-7} \frac{1 - \cos \alpha}{r^3}.$$

Видно, что совершенная нами работа зависит от угла поворота рамки 2. Нам особенно интересны случаи $\alpha = \pi$ и $\alpha = 0$, когда векторы магнитных моментов параллельны или антипараллельны. При $\alpha = \pi$ имеем $1 - \cos \alpha = 1 - (-1) = 2$, а при $\alpha = 0$ имеем $1 - \cos \alpha = 1 - 1 = 0$. Следовательно, разность значений потенциальной энергии повернутой рамки 2 в поле рамки 1 для этих двух положений равна

$$\Delta E = \frac{2\mu_1 \mu_2}{r^3} 10^{-7}.$$

А теперь предположим, что эти наши макроскопические образы применимы для описания системы протон-электрон (нейтральный атом водорода). В справочнике по физике можно найти их магнитные моменты:

$$\mu_1 = \mu_p = 1,4 \cdot 10^{-26} \text{ А} \cdot \text{м}^2,$$

$$\mu_2 = \mu_e = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

(видно, кстати, что электрон как магнит намного «сильнее» протона). Расстояние между ними – это радиус орбиты основного состояния (мы его уже выписывали) $r_1 = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м. Тогда для длины волны излучения получим

$$\lambda = \frac{hcr_1^3}{2\mu_e \mu_p \cdot 10^{-7}} \leq 1 \text{ м}.$$

Конечно, это не точно 21 см, но совсем неплохо, учитывая приближенность классического подхода к такому квантовомеханическому явлению, как взаимодействие моментов электрона и ядра. Во всяком случае, это радиолиния. В лабораторных экспериментах эту линию получить трудно. Во-первых, трудно получить сам атомарный водород, поскольку при столкновениях атомы будут сливаться в молекулы. Можно, конечно, заставить молекулы, наоборот, диссоциировать на атомы, например нагревая газ до нескольких тысяч градусов. Но это будет газ из возбужденных атомов, а нам они нужны в основном, энергетически наименьшем состоянии. Да и ждать спонтанного поворота магнитного момента электрона долговато (это происходит один раз в 11 миллионов лет). Но в масштабах Вселенной на любом луче зрения находятся миллионы миллиардов триллионов..

атомов водорода. И поэтому независимо от того, есть ли разумная жизнь еще где-либо, исследования свечения неба на длине волны $\lambda = 21$ см (или частоте $\nu = 1420$ МГц) имеют особое значение, так как водород – наиболее распространенный элемент во Вселенной. Радионаблюдения нейтрального водорода (спектро-скописты обозначают его HI) позволили найти распределение плотности, температуру межзвездной среды (она оказалась порядка 100 К), проекцию скорости движения излучающих масс на луч зрения. Удалось проследить расположение спиральных рукавов нашей Галактики и определить скорость вращения в зависимости от расстояния до центра.

В отличие от электромагнитных волн оптического диапазона (т.е. видимого света), длина которых $\lambda \sim 0,35 - 0,7$ мкм сравнима с размерами частиц межзвездной пыли, радиоизлучение на волне 21 см почти не поглощается пылью, что дает возможность «проникать» далеко в область ядра Галактики и даже по другую сторону от него. (Понятно почему: каждая пылинка под действием электрического поля электромагнитной волны поляризуется и колеблется в «такт» с возбуждающим полем волны. Таким образом, она превращается в микроантенну, переизлучающую энергию волны во все стороны. И если размер этой «антенны» сравним с длиной падающей волны, это рассеяние энергии происходит наиболее жадно. А если пылинка-антенна много меньше длины волны, им просто нет дела друг до друга.)

Итак, если вы ждете сообщений от далекой Аэлиты – ждите его на длине волны 21 сантиметр...

А нам пора приступить к Заключению.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Я тут рассказывал вам для того, чтобы вы чего-то не поняли.

Однажды на лекции

В этом эпиграфе – не случайная оговорка. Лектор явно хотел не только разъяснить стандартный материал, но и открыть перед слушателями проблемы, которые нужно решать в дальнейшем. Ибо только то, что не понято, содержит зерно будущих поисков.

Но какой же фундаментальный вопрос (помимо, конечно, изложения известных истин) ставит перед нами Физика Полета? Вспомним, что ни одно животное не научилось летать и ни одна птица, которой природа дала крылья, не вышла на орбиту спутника. Только разум помог человеку, лишенному природных крыльев, быстро перемещаться в атмосфере Земли и уже начать освоение околоземного пространства

Но зачем все это было нужно? Неужели только для того, чтобы наносить «точечные удары» по слаборазвитым странам, и в результате скушать побольше бутербродов за свою земную жизнь? Уж слишком это напоминало бы мечты пещерного жителя. Ответ на этот вопрос предложил наш замечательный философ Н.Ф.Федоров: разум дан Человеку для великого дела, недоступного самой Природе, – для победы над индивидуальной смертью и, более того, для воскрешения предыдущих поколений «отцов» и заселения Вселенной. (Вы заметили, что в русском языке «вселенная» и «заселять» – однокоренные слова?)

Конечно, в настоящее время этот замысел представляется фантастическим, мистическим, метафизическим – но ведь всего сотню лет назад отец братьев Райт, священник, предупреждал своих сыновей, что летать могут ангелы, а не люди. И что же? Конечно, нехорошо ослушаться старших – но ведь летают же!

Предлагаемая книга получилась тоньше, чем могла бы быть. И это хорошо: есть надежда, что автору удалось соблюсти «такт и меру» в выборе материала и преодолеть соблазн удариться в изложение исторических драм авиации и космонавтики или бесконечных технических и технологических ухищрений с целью оторваться от поверхности земли и от планеты Земля. В этом ему помогли, в частности, постоянные воспоминания о домашнем попугае Пауля Эренфеста, который (попугай, а не Эренфест) в разгар научных споров восклицал: «Но, господа, ведь это не физика!» (конечно, по-немецки). И еще хорошо, если читатель поймет, что Физические Основы Полета – это вообще вся физика, направленная на достижение извечной цели добраться туда, куда нельзя дойти «невооруженными ногами».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Ничто так не придает солидности труду, как приложения.

Из одной старой книги

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ И АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Гравитационная постоянная	$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Постоянная Больцмана	$k = 1,4 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = kN_A = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Стефана – Больц- мана в одноименном законе	$q = \sigma T^4$
Скорость электромагнитной волны в вакууме	$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Заряд электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса электрона	$m_e = 0,9 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$
Масса протона	$m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса Земли	$M_{\oplus} = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Масса Солнца	$M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Масса Луны	$M_{\zeta} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Радиус Земли	$R_{\oplus} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$
Радиус Солнца	$R_{\odot} = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$
Радиус Луны	$R_{\zeta} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}$
Среднее расстояние от Земли до Солнца (астрономическая единица)	$r_{\oplus\odot} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Среднее расстояние от Земли до Луны	$r_{\oplus\zeta} = 3,8 \cdot 10^8 \text{ м}$
Световой год	$1 \text{ св. год} \approx 10^{16} \text{ м}$

КАК ДИФФЕРЕНЦИРОВАТЬ

Когда один французский писатель пожаловался, что его не избрали в академики, Наполеон предположил, что это потому, что тот не знает дифференциального исчисления.

Исторический факт

Перечитав книгу целиком, автор и редактор пришли в запоздалый ужас от одной мысли: что если не все наши уважаемые читатели знают, как найти малое приращение произведения изменяющихся величин? Так и возникло это приложение.

Пусть нужно найти изменение Δw величины $w = fg$, которая является произведением двух изменяющихся величин f и g . Если последние изменились на Δf и Δg соответственно, то нужно из нового значения $w + \Delta w = (f + \Delta f)(g + \Delta g)$ вычесть первоначальное значение $w = fg$. Получим

$$\underline{w} + \Delta w - \underline{w} = (f + \Delta f)(g + \Delta g) - fg = \underline{fg} + f\Delta g + g\Delta f + \underline{\Delta f \Delta g} - \underline{fg}.$$

Подчеркнутые одной чертой слагаемые взаимно уничтожаются, а слагаемое, подчеркнутое двумя чертами, будет становиться ужасно малым («второго порядка малости»), когда мы захотим взять приращения Δw , Δf и Δg просто малыми. Итак,

$$\Delta w = \Delta(fg) = f\Delta g + g\Delta f.$$

Точно так же можно показать, что приращение произведения трех изменяющихся величин равно

$$\Delta(fgz) = gz\Delta f + fz\Delta g + fg\Delta z.$$

В качестве частных случаев легко получить следующее: если одна из величин, например f , постоянна (обозначим ее f_0), то ее приращение, естественно, всегда равно нулю, так что

$$\Delta(f_0g) = f_0\Delta g$$

(постоянная выносится за знак приращения Δ); если обе функции одинаковы (обозначим их $f = g = v$), то

$$\Delta(fg) = \Delta(v^2) = 2v\Delta v.$$

Математик, нахмурившись, наговорил бы здесь много строгих слов и был бы прав; но для понимания книги достаточно и этого.

ПОЧТИ ПОЛТОРЫ ДЮЖИНЫ ЗАДАЧ

1. Капля, падающая в облаке с постоянным ускорением, растет вследствие поглощения микрокапель на своем пути. Найдите это ускорение, считая начальный размер капли пренебрежимо малым. Соппротивлением воздуха пренебречь.

2. Сопоставьте формулы Циолковского и Бреге, например в виде зависимости массы летательного аппарата от пройденного пути.

3. Спускаемый аппарат космического корабля, оставшегося на орбите, приближается к поверхности некоторой планеты с постоянной скоростью, передавая на борт корабля данные о давлении атмосферы. График зависимости давления p (в условных единицах) от времени t приведен на рисунке 112. Опустившись на поверхность, аппарат измерил и передал на борт данные о температуре и ускорении свободного падения: $T = 700 \text{ К}$,

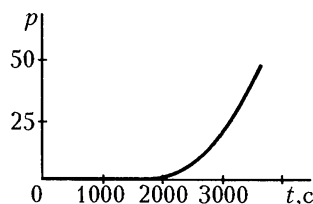


Рис.112

$g = 10 \text{ м/с}^2$. Определите скорость спуска аппарата, если известно, что атмосфера планеты состоит из углекислого газа. Определите также температуру на высоте $h = 15 \text{ км}$.

4. Сферическая оболочка воздушного шара сделана из материала, квадратный метр которого имеет массу $b = 1 \text{ кг/м}^2$. Шар наполнен гелием при нормальном атмосферном давлении. При каком минимальном радиусе шар поднимает сам себя? Температуры гелия и окружающего воздуха одинаковы и равны 0°С . Молярные массы воздуха и гелия составляет 29 кг/кмоль и 4 кг/кмоль соответственно.

5. Модель вертолета в $1/10$ натуральной величины удерживается в воздухе при помощи двигателя мощностью 30 Вт . Оцените мощность двигателя «натурного» вертолета, сделанного из тех же материалов.

6. «Однажды в студеную зимнюю пору...» наблюдательный лыжник заметил, что вслед за ним параллельно лыжне летят ворона и реактивный самолет. Угол между направлениями на самолет и ворону был равен 45° , когда самолет находился в зените, а ворона летела позади него над верхушками деревьев. Через некоторое время лыжник снова посмотрел в небо и увидел, что ворона и самолет летят уже впереди и располагаются с ним на одной прямой, образующей с вертикалью угол 45° . Во сколько раз в этот момент отличались угловые скорости вороны

и самолета относительно лыжника? Почему (с точки зрения лыжника) ворона перемещается по небосклону быстрее самолета? Скорость лыжника, а также высоты и скорости полета вороны и самолета все время оставались постоянными.

7. Самолет пролетает с постоянной скоростью v по горизонтальной прямой, проходящей над головой наблюдателя. Какой угол α с вертикалью составляет направление, по которому к наблюдателю доносится звук двигателя в тот момент, когда наблюдатель видит самолет в направлении, составляющем угол φ с вертикалью? Скорость звука c . Рассмотрите случаи $v > c$ и $v < c$.

8. Для защиты самолета сзади было предложено установить в хвосте самолета ракету. При испытании было обнаружено, что через некоторое время после пуска ракеты она разворачивается и догоняет «свой» самолет. Как объяснить это явление?

9. Покажите, что при торможении в верхних слоях атмосферы спутник ускоряется («парадокс спутника»).

10. Спутник движется по круговой орбите на расстоянии от поверхности Земли, равном ее радиусу R . В некоторый момент со спутника запускается станция на другую планету, после чего оставшаяся часть спутника движется по эллиптической орбите, касающейся поверхности Земли в точке, противоположной точке старта станции. Какую максимальную часть массы спутника может составлять масса межпланетной станции?

11. На каком расстоянии от Солнца расплавится железный космический корабль, если плотность потока солнечного излучения (мощность, проходящая через единицу площади) на орбите Земли равна $q_0 = 1400 \text{ Вт/м}^2$? Температуру плавления железа принять равной $T = 1535 \text{ К}$.

12. Известно, что падение на Землю метеорита диаметром $d = 1 \text{ км}$ может привести к гибели всей цивилизации. Оцените наименьший диаметр телескопа, который был бы способен обнаружить такой метеорит на орбите Юпитера (ближе – уже бесполезно). Предельная регистрируемая мощность $W_{\min} = 10^{-13} \text{ Вт}$. Плотность потока солнечного излучения на орбите Земли $q_0 = 1400 \text{ Вт/м}^2$. Радиус орбиты Юпитера составляет приблизительно 5 астрономических единиц. Рассеяние солнечного излучения метеоритом считать диффузным, поглощением пренебречь.

13. Для межзвездных путешествий ракета должна достигать скорости, составляющей процент или десятки процентов от скорости света. Оцените возможность использования для такой

ракеты химического двигателя, действующего на реакции окисления водорода (удельная теплота сгорания водорода равна $q = 1,2 \cdot 10^8$ Дж/кг). Какой должна быть начальная масса M топлива для достижения ракетой массой $m = 20$ т скорости $0,01$ скорости света?

14. Определите мощность гипотетической фотонной ракеты, если бы она двигалась за пределами Солнечной системы с нерелятивистской скоростью и постоянным ускорением $a = 10$ м/с². Масса ракеты $M = 10^3$ кг. Сравните мощность такой ракеты с мощностью Братской ГЭС (4,5 млн кВт).

15. Астронавт массой $M = 100$ кг оказался на расстоянии $l = 100$ м от корабля со стаканом замерзшей воды. Обеспечивая сублимацию (испарение) льда, астронавт возвращается на корабль. Оцените время возвращения. Считайте, что сублимация льда происходит при постоянной температуре $T = 272$ К, при которой давление насыщенных паров равно $p_n = 550$ Па. Размеры стакана и массу льда задайте самостоятельно.

16. Представим себе, что в безграничных просторах Вселенной космонавт-строитель проглотил гайку и его нужно как можно быстрее доставить с космического корабля на космическую базу, летящую параллельно с той же скоростью на расстоянии 100 км. А максимальная перегрузка, которую может такой космонавт выдержать, равна четырем ускорениям земного тяготения. Каким минимальным количеством топлива нужно заправить ракету, чтобы пострадавший поскорее оказался в руках врачей? Скорость истечения газов из сопла двигателя ракеты постоянна и равна 2 км/с.

17. Космонавт от неожиданности проглотил вовсе не гайку, а бутерброд (что не вредно), с удивлением обнаружив нежеланный корабль, приближающийся с постоянной скоростью $v_0 = 2$ км/с. При каком расстоянии между ними он должен запустить ракету, чтобы «пробойная сила» была максимальной (будем понимать под этим набором слов максимальную кинетическую энергию)? Известно еще, что приборы самонаведения ракеты выдерживают ускорение не более $100g$, а скорость истечения газов та же, что и в предыдущей задаче: $u_0 = 2$ км/с.

Эти задачи (и их решения) были предложены, помимо автора книги, преподавателями ведущих вузов России: Московского физико-технического института (МФТИ), Московского государственного университета (МГУ), Новосибирского государственного университета (НГУ).

ПОЧТИ ПОЛТОРЫ ДЮЖИНЫ РЕШЕНИЙ

1. Изменение импульса падающей капли переменной массы за малое время Δt равно

$$\Delta(mv) = mg\Delta t.$$

По условию задачи изменение массы капли за время Δt равно

$$\Delta m = \alpha \rho v_{\text{ср}} S \Delta t,$$

где ρ – плотность воды, $v_{\text{ср}}$ – средняя скорость капли за время Δt , $S = 4\pi r^2$ – площадь поверхности капли радиусом r , α – безразмерный коэффициент пропорциональности. С другой стороны, поскольку $m = 4/3 \pi r^3 \rho$, то

$$\Delta m = 4\pi r^2 \rho \Delta r = S \rho \Delta r.$$

Если за время Δt капля проходит расстояние Δy , то

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{v_{\text{ср}}}.$$

Подставив выражения для Δm и Δt во второе равенство, получим

$$\Delta r = \alpha \Delta y \sim \Delta y.$$

Следовательно, радиус капли растет пропорционально пройденному пути, т.е.

$$r \sim y.$$

Поскольку капля движется с постоянным ускорением a , то $y = at^2/2 \sim t^2$. Значит,

$$r \sim t^2, \quad m \sim r^3 \sim t^6.$$

Учитывая эти соотношения, из первого равенства получаем

$$\Delta(t^6 at) = t^6 g \Delta t.$$

Выполняя в левой части этого равенства дифференцирование, находим ускорение a :

$$\Delta(at^7) = 7at^6 \Delta t = t^6 g \Delta t, \text{ откуда } a = \frac{g}{7}.$$

2. Учтем, что масса летательного аппарата m после прохождения пути длиной x связана с массой истраченного горючего

очевидным равенством $m(x) = m_0 - m_r(x)$. Тогда формулу Бреге можно записать в виде

$$\frac{m(x)}{m_0} = 1 - \frac{m_r(x)}{m_0} = e^{-\frac{\mu g}{NK}x}, \text{ или } \frac{\mu g}{NK}x = \ln \frac{m_0}{m(x)}.$$

Далее, учитывая что $dt = \frac{dm}{\mu}$, а текущая скорость равна $v = \frac{dx}{dt} = dx \frac{\mu}{dm}$, запишем формулу Циолковского в виде

$$\frac{v}{u} = \frac{\mu}{u} \frac{dx}{dm} = \ln \frac{m_0}{m}.$$

Интегрируя последнее равенство, получим

$$\frac{\mu x}{um_0} = \int_{m_0}^m \frac{dm}{m_0} \ln \frac{m}{m_0} = 1 + \frac{m}{m_0} \left(\ln \frac{m}{m_0} - 1 \right) = 1 - \frac{1 + \ln \frac{m_0}{m}}{\frac{m_0}{m}}.$$

3. Определим сначала скорость спускаемого аппарата.

Заметим, что изменение давления Δp с изменением высоты Δh связано соотношением

$$\Delta p = \rho g \Delta h,$$

где ρ – плотность газа, которая, вообще говоря, с высотой меняется. Из уравнения Менделеева–Клапейрона следует, что

$$p = \frac{\rho}{M} RT, \text{ откуда } \rho = \frac{pM}{RT}$$

(здесь T – температура именно в той точке, где мы интересуемся изменением давления). Подставляя это выражение для ρ и учитывая, что $\Delta h = v \Delta t$, где v – скорость спуска аппарата, можем записать первое уравнение в виде

$$\frac{1}{p} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{Mg v}{RT}.$$

Зная отношение $\Delta p / \Delta t$, т.е. тангенс угла наклона касательной в конечной точке графика, найдем скорость v . Отметим, что, поскольку в левой части формулы стоит отношение $\Delta p / p$, нам безразличен масштаб графика по оси p . Находя из графика $\Delta p / \Delta t$ и подставляя $M = 44$ г/моль, получаем

$$v = \frac{1}{p} \frac{\Delta p}{\Delta t} \frac{RT}{gM} \approx 11,5 \text{ м/с}.$$

Перейдем теперь к решению второй части задачи. Поскольку аппарат спускался со скоростью 11,5 м/с, на высоте 15 км над

поверхностью планеты он был за 1300 секунд до посадки. На графике зависимости $p(t)$ этому соответствует время $t = 2350$ с. Определив значение $\frac{1}{p} \frac{\Delta p}{\Delta t}$ для этой точки графика, найдем температуру на высоте 15 км:

$$T_h = \left(p \frac{\Delta t}{\Delta p} \right) \frac{g M v}{R} = 430 \text{ К}.$$

4. При увеличении радиуса шара выталкивающая сила растет пропорционально кубу радиуса, а вес оболочки – пропорционально квадрату радиуса. Следовательно, выталкивающая сила растет быстрее и начиная с какого-то значения радиуса станет больше, чем вес оболочки (точнее – чем сила тяжести). Тогда шар начнет подниматься. Обозначим этот радиус оболочки через r . При этом

$$\rho_v g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = b g \cdot 4 \pi r^2 + \rho_{\text{He}} g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3,$$

откуда

$$r = \frac{3b}{\rho_v - \rho_{\text{He}}}.$$

Плотности воздуха ρ_v и гелия ρ_{He} при данных условиях найдем с помощью уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$\rho_v = \frac{m_v}{V} = \frac{p M_v}{RT}, \quad \rho_{\text{He}} = \frac{p M_{\text{He}}}{RT}, \quad \rho_v - \rho_{\text{He}} = \frac{p}{RT} (M_v - M_{\text{He}}).$$

Окончательно получаем

$$r = \frac{3bRT}{p(M_v - M_{\text{He}})} \approx 2,8 \text{ м}.$$

5. Вертолет (или модель) удерживается в воздухе благодаря реактивной силе, возникающей, когда винт отбрасывает воздушную струю. При этом на вертолет со стороны отбрасываемой струи, согласно третьему закону Ньютона, действует сила, равная по абсолютной величине силе, действующей на струю. Обозначим ρ – плотность воздуха, S – площадь струи и v – ее скорость. Тогда за время Δt винтом «отбрасывается» вниз объем воздуха $Sv\Delta t$ массой $\Delta m = \rho Sv\Delta t$, а импульс воздуха изменяется на величину

$$\Delta m v = \rho S v^2 \Delta t.$$

Согласно второму закону Ньютона, на воздух действует сила

$$F = \frac{\Delta m v}{\Delta t} = \rho S v^2.$$

Эта сила равна весу (силе тяжести) вертолета:

$$\rho S v^2 = M g,$$

мощность же двигателя равна энергии, сообщаемой воздуху за 1 секунду:

$$N = \frac{\Delta m v^2}{2 \Delta t} = \frac{1}{2} \rho S v^3.$$

Подставляя сюда $v = \sqrt{\frac{Mg}{\rho S}}$, получим

$$N = \frac{1}{2} M g \sqrt{\frac{Mg}{\rho S}}.$$

Считая, что масса вертолета пропорциональна объему, т.е. кубу линейных размеров: $M \sim L^3$, а площадь $S \sim L^2$, имеем

$$N \sim L^{7/2}.$$

Это означает, что отношение мощностей двигателей вертолета и модели должно быть равно отношению их линейных размеров в степени $7/2$:

$$\frac{N}{N_{\text{мод}}} = \left(\frac{L}{L_{\text{мод}}} \right)^{7/2} = 10^{7/2}.$$

Отсюда получаем

$$N = N_{\text{мод}} \cdot 10^{7/2} \approx 96 \text{ кВт}.$$

6. По условию, движения лыжника, вороны и реактивного самолета происходят в одной и той же вертикальной плоскости с постоянными скоростями, высоты полета вороны и самолета также не изменяются. Пусть в некоторый момент времени t_0 , как условно показано на рисунке 113, самолет (точка C) находится в зените относительно лыжника (точка A), а угол между направлениями на самолет и на ворону (точка B) равен 45° , причем ворона летит позади лыжни-

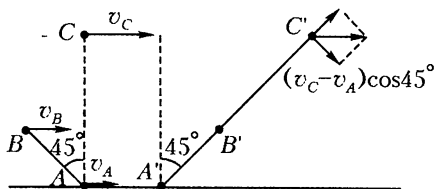


Рис. 113

ка. Спустя некоторое время Δt лыжник, ворона и самолет (соответственно, точки A' , B' и C') оказываются на одной прямой, образующей с вертикалью угол 45° . А это означает, что скорость углового перемещения по небосводу относительно лыжника у вороны больше, чем у самолета.

Определим отношение мгновенных угловых скоростей вороны и самолета относительно лыжника для этого момента времени. Мгновенная угловая скорость равна проекции относительной скорости вороны $\vec{v}_B - \vec{v}_A$ или самолета $\vec{v}_C - \vec{v}_A$ на нормаль к радиусу-вектору соответствующей точки, деленной на длину этого радиуса-вектора:

$$\omega_B = \frac{(v_B - v_A) \cos 45^\circ}{A'B'} = \frac{(v_B - v_A) \cos^2 45^\circ}{h_B},$$

$$\omega_C = \frac{(v_C - v_A) \cos 45^\circ}{A'C'} = \frac{(v_C - v_A) \cos^2 45^\circ}{h_C},$$

где v_A — скорость лыжника, h_B и h_C — высоты полета вороны и самолета соответственно. По условию рассматриваемой задачи,

$$h_B = \frac{(v_B - v_A) \Delta t}{2 \operatorname{tg} 45^\circ}, \quad h_C = \frac{(v_C - v_A) \Delta t}{\operatorname{tg} 45^\circ}.$$

Используем это для вычисления отношения угловых скоростей и получим

$$\frac{\omega_B}{\omega_C} = 2.$$

Таким образом, несмотря на то что характерная скорость вороны значительно меньше скорости реактивного самолета, ее скорость углового перемещения по небосводу, с точки зрения движущегося лыжника, в конкретной ситуации оказалась в 2 раза больше соответствующей угловой скорости самолета. И у бегущего лыжника создается впечатление, что ворона перемещается по небосводу быстрее самолета. Причина этого — в существенной разнице в высотах полета птицы и самолета. Читатель может задаться типичными значениями скоростей лыжника, вороны и самолета и самостоятельно оценить наблюдаемый эффект.

7. Пусть наблюдатель находится в точке O (рис. 114, a), видит самолет в точке A и слышит звук, излученный самолетом в тот момент, когда самолет находился в точке B . Обозначим через t время, за которое звук из точки B дошел до наблюдателя, тогда $BO = ct$ и $BA = vt$. Из прямоугольного треугольни-

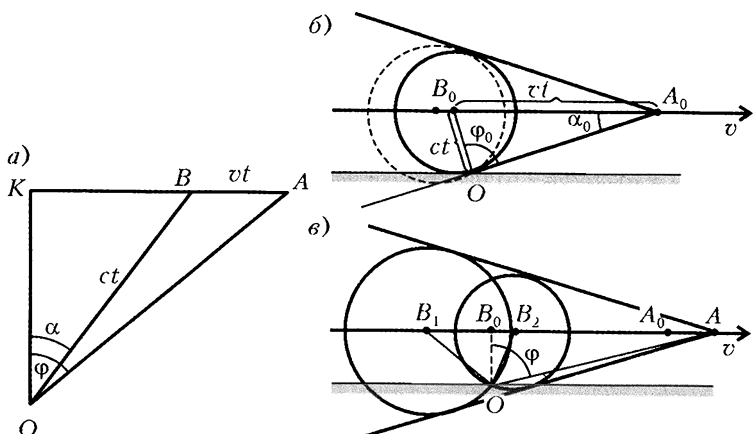


Рис. 114

ка AOK находим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{KB + BA}{KO} = \operatorname{tg} \alpha + \frac{vt}{ct \cos \alpha}.$$

Возведя это равенство в квадрат, обозначив $\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha$ через x и утя, что $\cos \alpha = 1/\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$, получим

$$x^2 - 2 \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 - c^2/v^2} x + \frac{1}{\cos^2 \varphi \cdot (1 - c^2/v^2)} = 0.$$

Отсюда

$$x_{1,2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 - c^2/v^2} \pm \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{(1 - c^2/v^2)^2} - \frac{1}{\cos^2 \varphi \cdot (1 - c^2/v^2)}},$$

причем уравнению удовлетворяют только положительные значения x .

Рассмотрим сначала случай, когда скорость самолета v меньше скорости звука c . Так как $c^2/v^2 > 1$, то $x_1 > 0$ и $x_2 < 0$, т.е. подходит только одно значение $x = x_1$. «Слышимый» самолет просто отстает от видимого.

Интереснее результат в случае сверхзвукового самолета ($v > c$). Действительные корни уравнения есть только при $\cos \varphi < c/v$, причем положительны сразу оба корня ($\operatorname{tg} \varphi > 0$). Что это означает? Разберемся в этом более подробно

Каждая точка траектории самолета является источником

сферической звуковой волны. Огибающая волновых фронтов представляет собой коническую поверхность (рис. 114,б), которая движется вперед со скоростью самолета v . Впервые наблюдатель услышит звук в тот момент, когда в точку O придет один из волновых фронтов. Если самолет в этот момент будет находиться в точке A_0 , то наблюдатель будет слышать звук, идущий к нему из точки B_0 (см. рис. 114,б). Из рисунка видно, что $\sin \alpha_0 = \cos \varphi_0 = \frac{ct}{vt} = \frac{c}{v}$. При удалении самолета угол φ увеличивается, а $\cos \varphi$ уменьшается (так что, действительно, самолет слышен при углах φ таких, что $\cos \varphi \leq c/v$).

Начиная с этого момента в точку O будут приходить фронты звуковых волн, излученных самолетом в двух разных точках его траектории (рис. 114,в). В тот момент, когда самолет находится в точке A , наблюдатель будет слышать звук, который был излучен самолетом в точках B_1 и B_2 , т.е. теперь уже два волновых фронта проходят через точку O . Таким образом, при удалении самолета от точки A_0 наблюдателю (точнее, слушателю) будет казаться, что из точки B_0 движутся в разные стороны два источника звука.

8. Разберем сначала вопрос об устойчивости ракеты в полете. Устойчивость ракеты обеспечивают стабилизаторы, расположенные в ее хвосте. Если ракета начинает отклоняться от направления своей скорости, т.е. если ось ракеты составит некоторый угол с направлением вектора скорости, то силы, действующие на стабилизаторы, создадут возвращающий момент. Ясно, что если ракету пустить хвостом вперед, то эти же моменты сил развернут ее. Но как раз хвостом вперед ракета и запускалась на испытаниях — ведь ее скорость складывается из скорости движения самолета и скорости ракеты относительно самолета. Если ракета еще не успела набрать достаточной (большей, чем у самолета) скорости к тому моменту, когда она покинула самолет, то она будет иметь скорость, направленную в сторону полета самолета. При этом она разворачивается, набирает скорость и догоняет самолет. Чтобы избавиться от этого неприятного эффекта, нужно увеличить ускорение ракеты или включать ее двигатель чуть раньше пуска. Следует помнить, что реактивная сила после пуска не сразу достигает максимальной величины.

9. Полная энергия спутника равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$E = K + \Pi = \frac{mv^2}{2} - G \frac{Mm}{r},$$

где M – масса планеты. Если он движется по круговой орбите, уравнение его движения под действием гравитационной силы дает

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}, \text{ откуда } \frac{mv^2}{2} = G \frac{Mm}{2r} = -\frac{\Pi}{2}.$$

Таким образом, полную энергию можно выразить в виде

$$E = -G \frac{Mm}{2r} = \frac{\Pi}{2} = -K = -\frac{mv^2}{2}.$$

Учтем теперь силу сопротивления X . Под действием этой силы орбита спутника, строго говоря, уже не будет круговой, значит, r будет изменяться, значит, будет изменяться и плотность атмосферы, и скорость спутника, и ... Но предположим, что сила сопротивления настолько мала, что за время одного оборота вокруг планеты радиус изменяется на величину Δr , а скорость – на Δv настолько малые, что изменением самой силы сопротивления можно пренебречь. Тогда работа этой силы на одном обороте приближенно равна $2\pi r X$, и она приводит к изменению полной энергии на малую величину $\Delta E = 2\pi r X$.

Получается, что

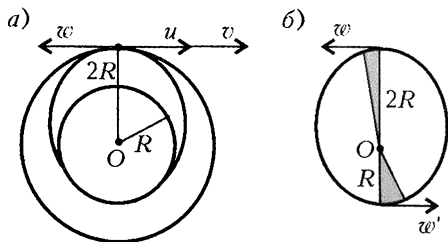
$$\Delta E = -mv\Delta v = G \frac{Mm}{2r^2} \Delta r = 2\pi r X.$$

Теперь рассмотрим эту цепочку равенств справа налево. Сила сопротивления отрицательна, $X < 0$, значит, изменение радиуса тоже отрицательно, $\Delta r < 0$ – спутник снижается (и рано или поздно упадет). Но смотрим дальше: изменение скорости имеет знак, противоположный знаку изменения радиуса, $\Delta v > 0$ – скорость растет. Таким образом, тормозясь в атмосфере, пассивный спутник ускоряется.

10. Из условия задачи ясно, что точка старта станции является наиболее удаленной от Земли точкой орбиты «остатка» спутника. В этой точке скорость спутника \vec{u} и скорость «остатка» \vec{w} направлены вдоль одной прямой, перпендикулярной радиус-вектору, проведенному из центра Земли (рис. 115, а). Из закона сохранения импульса

$$M\vec{u} = M_1\vec{w} + m\vec{v}$$

(M – масса спутника, Рис. 115



M_1 — масса остатка, m — масса станции) следует, что и скорость станции \vec{v} сразу после старта направлена вдоль этой же прямой.

Очевидно, более выгодным является случай, когда скорость станции сразу после старта направлена в ту же сторону, что и скорость спутника непосредственно до старта, а скорость «остатка» направлена в противоположную сторону (см. рис. 115,а). Тогда

$$mv = Mu + M_1 w.$$

Отсюда найдем отношение m/M , учитывая, что $m + M_1 = M$:

$$\frac{m}{M} = \frac{u + w}{v + w}.$$

Определим значения u , v и w .

Скорость спутника определим из условия движения по круговой орбите. Центростремительное ускорение спутнику сообщает сила притяжения к Земле:

$$\frac{Mu^2}{2R} = G \frac{M_{\oplus} M}{4R^2}$$

(M_{\oplus} — масса Земли). Отсюда

$$u = \sqrt{G \frac{M_{\oplus}}{2R}}.$$

Полная механическая энергия станции в момент старта равна $\frac{mv^2}{2} - G \frac{M_{\oplus} m}{2R}$. По мере удаления от Земли потенциальная энергия станции увеличивается, и далеко от Земли (на бесконечности) она равна нулю. Минимальная скорость, которую имеет станция в момент старта, должна быть такой, чтобы уменьшение кинетической энергии станции за время полета было равно увеличению ее потенциальной энергии. Тогда на бесконечности и кинетическая энергия станции будет равна нулю. Следовательно, в момент старта полная механическая энергия станции должна быть равна нулю, т.е.

$$\frac{mv^2}{2} - G \frac{M_{\oplus} m}{2R} = 0.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{G \frac{M_{\oplus}}{R}}.$$

Теперь найдем значение w . Согласно второму закону Кеплера, радиус-вектор «остатка», движущегося по эллиптической орбите, за равные времена заметает равные площади. Если

обозначить в перигее скорость остатка w' (рис. 115,б), то за малый промежуток времени Δt

$$2Rw\Delta t = Rw'\Delta t$$

(время Δt достаточно мало, чтобы считать, что w , w' и длины радиусов-векторов остаются постоянными). Согласно закону сохранения энергии,

$$\frac{M_1 w^2}{2} - G \frac{M_\oplus M_1}{2R} = \frac{M_1 w'^2}{2} - G \frac{M_\oplus M_1}{R}.$$

Таким образом,

$$w = \sqrt{G \frac{M_\oplus}{3R}}.$$

Подставив найденные значения u , v и w в выражение для отношения m/M , окончательно получим

$$\frac{m}{M} \approx 0,8.$$

11. Корабль нагревается до такой температуры T , при которой энергия, излучаемая им, становится равной энергии, получаемой от Солнца. Излучаемая в единицу времени энергия пропорциональна площади поверхности корабля. Будем для оценки считать, что корабль – шарик, средний радиус которого равен a . Тогда излучаемая кораблем, нагретым до температуры T , за единицу времени энергия равна

$$Q^- = 4\pi a^2 q = 4\pi a^2 \sigma T^4.$$

Энергия, получаемая от Солнца за единицу времени, пропорциональна площади наибольшего сечения шарика, т.е. πa^2 , и равна

$$Q^+ = \pi a^2 q_r,$$

где q_r – плотность потока солнечного излучения на расстоянии r от Солнца. Так как в единице телесного угла от Солнца распространяется постоянная энергия, то

$$q_r = q_\odot \left(\frac{r_\odot}{r} \right)^2.$$

Следовательно,

$$Q^+ = \pi a^2 q_\odot \left(\frac{r_\odot}{r} \right)^2.$$

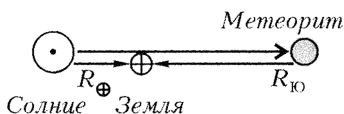
Приравняв Q^- и Q^+ , получим

$$4\pi a^2 \sigma T^4 = \pi a^2 q_0 \left(\frac{r_{\odot \oplus}}{r} \right)^2.$$

Из этого уравнения найдем

$$r = \frac{r_{\odot \oplus}}{2} \sqrt{\frac{q_0}{\sigma T^4}} \approx 5 \cdot 10^6 \text{ км}.$$

12. Очевидно, что наибольшая энергия, рассеянная метеоритом, будет принята на Земле при их расположении на одной линии (рис. 116). Плотность потока солнечного излучения на орбите Юпитера равна



$$q_{\text{Ю}} = \frac{q_0}{5^2} \approx 60 \text{ Вт/м}^2.$$

Рис. 116

Яркость диффузно отраженного излучения (в пренебрежении поглощением) равна

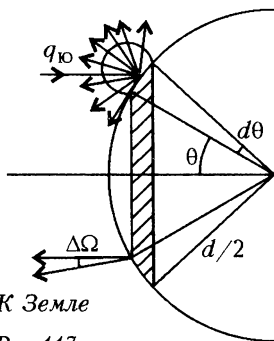
$$B = \frac{q_{\text{Ю}}}{\pi}.$$

Телесный угол, под которым объектив предполагаемого телескопа диаметром D виден с метеорита, равен

$$\Delta\Omega = \frac{\pi D^2}{4(R_{\text{Ю}} - R_{\oplus})^2}.$$

Мощность излучения, рассеянного метеоритом в этот телесный угол, равна (рис. 117)

$$W = \Delta\Omega \frac{q_{\text{Ю}}}{\pi} \int_0^{\pi/2} 2\pi \frac{d}{2} \cos \theta \frac{d}{2} \sin \theta d\theta = q_{\text{Ю}} \left(\frac{d}{2} \right)^2 \Delta\Omega.$$



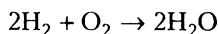
К Земле

Рис. 117

Полагая ее равной W_{\min} , получим

$$D = \frac{4(R_{\text{Ю}} - R_{\oplus})}{d} \sqrt{\frac{W_{\min}}{\pi q_{\text{Ю}}}} \approx 60 \text{ м}.$$

13. Из уравнения химической реакции горения водорода



следует, что для сгорания двух киломолей водорода необходим киломоль кислорода. В результате получаются

два киломоля водяных паров. Иными словами, при сгорании 4 кг водорода в 32 кг кислорода образуются 36 кг паров. Следовательно, масса ΔM паров образуется при сгорании массы $\frac{4}{36} \Delta M = \frac{1}{9} \Delta M$ водорода. При этом выделяется энергия

$$Q = \frac{1}{9} \Delta M q .$$

Конечно, только часть этой энергии превращается в кинетическую энергию газов. Но для оценки будем считать, что

$$Q = \frac{1}{2} \Delta M u_{\max}^2 ,$$

т.е.

$$\frac{1}{9} \Delta M q = \frac{1}{2} \Delta M u_{\max}^2 .$$

Отсюда находим

$$u_{\max} = \sqrt{\frac{2}{9} q} .$$

Это – «предельная» скорость истечения газов. В нашем случае она равна $\sqrt{\frac{2}{9} \cdot 1,2 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{с}^2} \approx 5 \cdot 10^3 \text{ м/с} .$

Из формулы Циолковского, связывающей значения конечной массы ракеты и конечной скорости: $\frac{M_0 + m}{m} = e^{v/u}$, получим

$$M_0 = m e^{600} \approx m \cdot 10^{260} = 20 \cdot 10^{260} \text{ т} .$$

Эта величина во много раз превышает массу Солнца $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{27} \text{ т}$. Таким образом, даже самое лучшее химическое топливо непригодно для межзвездных перелетов.

14. Согласно закону сохранения импульса замкнутой системы «ракета плюс излученные фотоны», изменение импульса электромагнитного поля за секунду равно силе тяги $F = aM$. Затрачиваемая на это мощность равна

$$N = Fc = aMc = 3 \cdot 10^{12} \text{ Вт} ,$$

что в 670 раз больше мощности Братской ГЭС.

15. Если плотно закрыть стакан, то число молекул, попадающих на поверхность льда в единицу времени, будет равно числу молекул, сублимирующих с поверхности (динамическое равновесие); при этом условии и измерено давление насыщенных паров $p_{\text{н}}$. Оба указанных потока массы равны по модулю

$\frac{1}{6} \rho_n \langle v \rangle S$, где $\rho_n = \frac{p_n M}{RT}$ – плотность насыщенных паров, S – площадь поверхности льда, M – молярная масса воды, $\langle v \rangle \approx \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ – средняя скорость молекулы, множитель $\frac{1}{6}$ (или, точнее, $\frac{1}{4}$) учитывает направленность движения в одну сторону из шести возможных.

Когда стакан открыт, поток улетающих молекул прежний, а возвращающихся молекул нет; давление теперь равно $\frac{1}{2} p_n$. Оценим время полного испарения, подставляя начальную массу льда $m \sim 0,2$ кг, площадь стакана $S \sim 30$ см², $M = 18$ кг/кмоль:

$$\tau \sim \frac{m}{\frac{1}{6} \rho_n \langle v \rangle S} \approx \frac{6m}{p_n S} \sqrt{\frac{RT}{3M}} \approx \frac{6 \cdot 0,2}{550 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} \sqrt{\frac{8,3 \cdot 10^3 \cdot 272}{3 \cdot 18}} \text{ с} \approx 150 \text{ с}.$$

Заметим, что в реальности время испарения будет больше, так как вероятность для молекулы, попавшей на поверхность льда, «прилипнуть» к ней равна так называемому коэффициенту конденсации и, естественно, меньше 1; соответственно, и в поток испарения должен быть введен множитель, меньший 1. Далее, возможно, не все молекулы, испарившись, смогут сразу улететь в бесконечность; часть из них за счет столкновений в паровой фазе может вернуться назад. Таким образом, мы получили для времени испарения оценку снизу.

Пока лед испаряется, ускорение космонавта равно $a = \frac{p_n S}{2M}$.

За это время он пролетит расстояние $L = \frac{a\tau^2}{2} \approx 100$ м = l . Учиты-

вая приближенность наших оценок, можно сказать, что космонавт вернется на корабль за время $t \gtrsim 100$ с.

16. Пусть в некоторый момент времени ракета имеет скорость v и массу m . Разобьем ракету условно на две части (рис.118): ту, которая через малый промежуток времени Δt «собира-

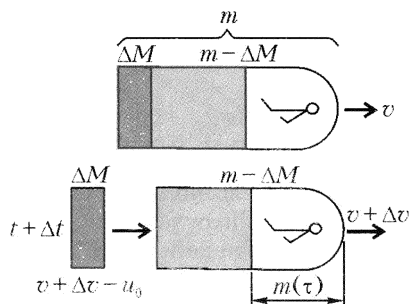


Рис. 118

ется» отлететь назад (отработанное топливо), — обозначим ее массу через ΔM , и тот «остаток» массы $m - \Delta M$, который вместе с космонавтом полетит дальше, но уже с другой скоростью, равной $v + \Delta v$. Скорость отлетевшей части относительно остатка обозначим через u_0 , тогда ее скорость относительно места старта будет равна $(v + \Delta v) - u_0$. Так как разделение этих двух частей произошло под действием внутренних сил, суммарный импульс ракеты (в системе координат, жестко связанной с кораблем и базой, по-прежнему летящими параллельно с постоянной скоростью) не изменился:

$$(m - \Delta M)(v + \Delta v) + \Delta M(v + \Delta v - u_0) = mv.$$

После алгебраических преобразований этот закон сохранения импульса примет вид

$$m\Delta v = u_0\Delta M.$$

Учитывая, что отброшенная масса ΔM в точности равна убыли массы ракеты: $\Delta M = -\Delta m$, уравнение можно представить в виде

$$\frac{\Delta v}{u_0} = -\frac{\Delta m}{m}.$$

Позвольте, — скажет читатель, — но отсюда после элементарного интегрирования следует известная формула Циолковского

$$\frac{v}{u_0} = \ln \frac{m_0}{m}$$

(в которой учтено, что в начальный момент времени $t = 0$ масса ракеты равна m_0). Несомненно, это так. Но ведь ясно сказано: доставить как можно быстрее, но так, чтобы ускорение не превысило $4g$; значит, надо все время выдерживать ускорение постоянным: $a = a_{\max} = 4g$. Подставив в предыдущее уравнение закон изменения скорости $u = 4gt$, получим закон изменения со временем массы корабля:

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\frac{4g}{u_0}t}.$$

Напомним, что традиционно рассматривается условие постоянного секундного расхода массы: $\mu = \text{const}$, так что $m(t) = m_0 - \mu t$. Но это приводит к непрерывно растущему ускорению, что может нарушить требование нашей задачи. В данном случае расход массы должен убывать по закону

$$\mu = \frac{4gm_0}{u_0} e^{-\frac{4g}{u_0}t},$$

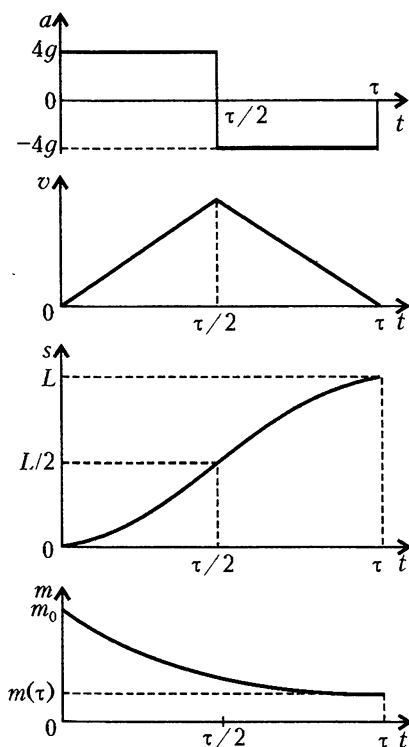


Рис.119

который надо задать бортовому компьютеру ракеты.

Теперь осталось додумать совсем немного. Ведь причалить к базе ракета должна тоже с нулевой скоростью – иначе любая малая, но конечная, скорость при ударе даст бесконечно большое ускорение, что запрещено. А движение происходит с постоянным по модулю ускорением, т.е. равнопеременно. Значит, можно представить расписание движения ракеты в виде графиков зависимости от времени (рис.119). Там показано, что в середине пути, в момент времени $t = \tau/2$ (τ – полное время полета), нужно изменить знак силы тяги ракеты (реверс тяги). Осталось рассчитать.

Из хорошо известных законов равноускоренного движения получим время полета:

$$\frac{L}{2} = \frac{1}{2} a \left(\frac{\tau}{2} \right)^2 = \frac{g\tau^2}{2}, \text{ откуда } \tau = \sqrt{\frac{L}{g}},$$

и конечную массу ракеты:

$$\frac{m(\tau)}{m_0} = e^{-\frac{4g}{u_0} \sqrt{\frac{L}{g}}} = e^{-\frac{4 \cdot 10}{2 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{10^5}{10}}} = e^{-2}.$$

Таким образом, начальная доля топлива, которым нужно заправить ракету, равна

$$\frac{m_0 - m(\tau)}{m_0} = \frac{e^2 - 1}{e^2} \approx 0,86$$

(предполагается, что в момент причаливания к базе все топливо израсходовано до последнего грамма).

17. Тут уж точно ясно, что ракете нужно лететь с максимально возможным ускорением $a = a_{\max} = 100g$, причем незачем переключать силу тяги на противоположную, так что относительная скорость ракеты и цели изменяется со временем по закону

$$v = v_0 + at,$$

а расстояние – по закону

$$s = s_0 - v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

(рис.120,а, на котором изображены «мировые линии» $s(t)$ нежеланного корабля и нашей ракеты). Кинетическая энергия при этом изменяется, согласно выражению

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m_0}{2} e^{-\frac{at}{u_0}} (v_0 + at)^2.$$

Видно, что это произведение падающей экспоненты на растущую параболу может обладать максимумом. Этот максимум можно найти, нарисовав зависимость кинетической энергии от времени (рис.120,б), а можно взять производную (кто умеет, да сделает) и приравнять ее нулю:

$$\frac{dK}{dt} = 0, \text{ откуда } -\frac{(v_0 + at)^2}{u_0} + 2(v_0 + at) = 0.$$

Тут два корня. Один получается при $v_0 + at = 0$: $t_1 = -\frac{v_0}{a} < 0$ (так как корабли сближаются и $v_0 > 0$, что учтено выше) и, относясь к прошлому времени, не представляет интереса. Второй корень равен $t_2 = \tau = \frac{2u_0 - v_0}{a}$ и при условиях нашей задачи дает $\tau = 2$ с (а мог бы быть и отрицательным, если $v_0 > 2u_0$, т.е. если корабли сближаются так быстро, что ракета просто не успеет развить скорость, достаточную для достижения максимального значения кинетической энергии $K_{\max} = 2m_0 u_0^2 e^{v_0/u_0} / e^2$).

Наконец, получим искомое расстояние s_0 , подставив τ в выражение для $s(t)$:

$$s(\tau) = 0, \text{ и } s_0 = \frac{4u_0^2 - v_0^2}{2a} = 6 \text{ км}.$$

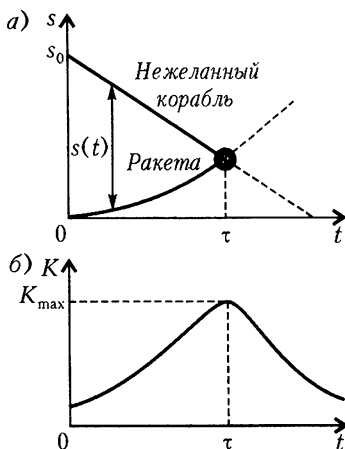


Рис.120

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Атмосферы планет и все, что выше	5
Закон Архимеда и воздухоплавание	9
Присоединенная масса	16
Аэродинамические силы и качество крыла	18
Как подпрыгнуть выше крыши	23
Как попасть на Таинственный остров	28
Как бесплатно улететь на каникулы	35
Под давлением лунного света	41
Нагрузка на крыло и другие полезные определения	46
Мог ли Икар взлететь «под самое небо»	49
Кто дальше: птица или самолет	54
Как летать: дальше или быстрее	55
Устойчивость полета: куда девать хвост	60
Ужасы резонанса	64
Вихри над взлетной полосой	68
Вертикальный взлет и ветхозаветные херувимы	74
От абсолютной жесткости до вареных макарон	78
Его преПодобие аэродинамический эксперимент, или Зачем нужны аэродинамические трубы	83
Звуки в пене	90
Пара спутных вихрей	96
Такой шумный и такой вредный	101
Самолет в озоне	103
Самолет в облаке: метастабильные капли и обледенение	120
Скачок уплотнения, или Как плохо тупому телу	126
Как Студент на сверхзвук выходил	134
На большой высоте	139
Почему именно ракета	142
Как выбрасывать массу	145
Каким сделать канал	149
О нерасчетной струе позади	152
Где взять массу	161

Межпланетные движители	163
Энергетика космического полета	171
Этот ужасный космический холод	180
Колебания заряда и космическая оранжерея	188
Коридор входа, или Как вернуться на Землю	193
Воздушно-космический самолет	197
Кто-то приближается	199
«Стингер» против метеорита	205
Случай в газовой туманности	209
Сверхзадача космического полета	215
Новое тысячелетие: жив Дедал!	218
Из глубин Вселенной	223
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	230
ПРИЛОЖЕНИЯ	231
Некоторые физические и астрономические постоянные	231
Как дифференцировать	232
Почти полторы дюжины задач	233
Почти полторы дюжины решений	236

Альберт Леонидович Стасенко

Физические основы полета

Библиотечка «Квант»

Выпуск 91

Редактор *В.А.Тихомирова*

Обложка *А.Е.Пацхверия*

Макет и компьютерная верстка *Е.В.Морозова*

Компьютерная группа *Е.А.Митченко, Л.В.Калиничева*

ИБ № 76

Формат 84×108 1/32 Бум офсетная Гарнитура кудряшевская

Печать офсетная Объем 8 печ л Тираж 4000 экз

Заказ № 5509.

119296 Москва, Ленинский пр., 64-А, «Квант», тел (095)930-56-48,
e-mail admin@kvant info

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени
«Чеховский полиграфический комбинат»
142300 г. Чехов Московской области
Т/ф (501) 443-92-17, т/ф (272) 6-25-36
E-mail chpk_marketing@chehov.ru

**ВЫШЛИ ИЗ ПЕЧАТИ КНИГИ
СЕРИИ «БИБЛИОТЕЧКА «КВАНТ»**

1. *М.П.Бронштейн*. Атомы и электроны
2. *М.Фарадей* История свечи
3. *О.Оре*. Приглашение в теорию чисел
4. Опыты в домашней лаборатории
5. *И.Ш.Слободецкий, Л.Г.Асламазов* Задачи по физике
6. *Л.П.Мочалов* Головоломки
7. *П.С.Александров*. Введение в теорию групп
8. *В.Г.Штейнгауз* Математический калейдоскоп
9. Замечательные ученые
10. *В.М.Глушков, В.Я.Валах* Что такое ОГАС?
11. *Г.И.Копылов*. Всего лишь кинематика
12. *Я.А.Сморodinский*. Температура
13. *А.Е.Карпов, Е.Я.Гик* Шахматный калейдоскоп
14. *С.Г.Гиндикин*. Рассказы о физиках и математиках
15. *А.А.Боровой* Как регистрируют частицы
16. *М.И.Каганов, В.М.Цукерник*. Природа магнетизма
17. *И.Ф.Шарыгин*. Задачи по геометрии: планиметрия
18. *Л.В.Тарасов, А.Н.Тарасова*. Беседы о преломлении света
19. *А.Л.Эфрос*. Физика и геометрия беспорядка
20. *С.А.Пикин, Л.М.Блинов*. Жидкие кристаллы
21. *В.Г.Болтянский, В.А.Ефремович*. Наглядная топология
22. *М.И.Башмаков, Б.М.Беккер, В.М.Гольховой*. Задачи по математике:
алгебра и анализ
23. *А.Н.Колмогоров, И.Г.Журбенко, А.В.Прохоров*. Введение в теорию
вероятностей
24. *Е.Я.Гик*. Шахматы и математика
25. *М.Д.Франк-Каменецкий*. Самая главная молекула
26. *В.С.Эдельман*. Вблизи абсолютного нуля
27. *С.Р.Филонович*. Самая большая скорость
28. *Б.С.Бокштейн*. Атомы блуждают по кристаллу
29. *А.В.Бялко*. Наша планета – Земля
30. *М.Н.Аршинов, Л.Е.Садовский* Коды и математика
31. *И.Ф.Шарыгин* Задачи по геометрии: стереометрия
32. *В.А.Займовский, Т.Л.Колупаева*. Необычные свойства обычных металлов
33. *М.Е.Левинштейн, Г.С.Симин*. Знакомство с полупроводниками
34. *В.Н.Дубровский, Я.А.Сморodinский, Е.Л.Сурков*. Релятивистский мир
35. *А.А.Михайлов*. Земля и ее вращение
36. *А.П.Пурмаль, Е.М.Слободецкая, С.О.Травин*. Как превращаются ве-
щества
37. *Г.С.Воронов* Штурм термоядерной крепости
38. *А.Д.Чернин*. Звезды и физика
39. *В.Б.Брагинский, А.Г.Полнарев* Удивительная гравитация
40. *С.С.Хилькевич* Физика вокруг нас
41. *Г.А.Звенигородский*. Первые уроки программирования
42. *Л.В.Тарасов* Лазеры: действительность и надежды
43. *О.Ф.Кабардин, В.А.Орлов* Международные физические олимпиады
школьников

44. Л.Е.Садовский, А.Л.Садовский. Математика и спорт
45. Л.Б.Окунь. $\alpha\beta\gamma\dots Z$: элементарное введение в физику элементарных частиц
46. Я.Е.Гегузин. Пузыри
47. Л.С.Марочник. Свидание с кометой
48. А.Т.Филиппов. Многоликий солитон
49. К.Ю.Богданов. Физик в гостях у биолога
50. Занимательно о физике и математике
51. Х.Рачлис. Физика в ванне
52. В.М.Липунов. В мире двойных звезд
53. И.К.Кикоин. Рассказы о физике и физиках
54. Л.С.Понтрягин. Обобщения чисел
55. И.Д.Данилов. Секреты программируемого микрокалькулятора
56. В.М.Тихомиров. Рассказы о максимумах и минимумах
57. А.А.Силин. Трение и мы
58. Л.А.Ашкинази. Вакуум для науки и техники
59. А.Д.Чернин. Физика времени
60. Задачи московских физических олимпиад
61. М.Б.Балк, В.Г.Болтянский. Геометрия масс
62. Р.Фейнман. Характер физических законов
63. Л.Г.Асламазов, А.А.Варламов. Удивительная физика
64. А.Н.Колмогоров. Математика – наука и профессия
65. М.Е.Левинштейн, Г.С.Симин. Барьеры: от кристалла до интегральной схемы
66. Р.Фейнман. КЭД – странная теория света и вещества
67. Я.Б.Зельдович, М.Ю.Хлопов. Драма идей в познании природы
68. И.Д.Новиков. Как взорвалась Вселенная
69. М.Б.Беркинблит, Е.Г.Глаголева. Электричество в живых организмах
70. А.Л.Стасенко. Физика полета
71. А.С.Штейнберг. Репортаж из мира сплавов
72. В.Р.Полищук. Как исследуют вещества
73. Л.Кэрролл. Логическая игра
74. А.Ю.Гросберг, А.Р.Хохлов. Физика в мире полимеров
75. А.Б.Мигдал. Квантовая физика для больших и маленьких
76. В.С.Гетман. Внуки Солнца
77. Г.А.Гальперин, А.Н.Земляков. Математические бильярды
78. В.Е.Белонучкин. Кеплер, Ньютон и все-все-все ..
79. С.Р.Филонович. Судьба классического закона
80. М.П.Бронштейн. Солнечное вещество
81. А.И.Буздин, А.Р.Зильберман, С.С.Кротов. Раз задача, два задача...
82. Я.И.Перельман. Знаете ли вы физику?
83. Р.Хонсбергер. Математические изюминки
84. Ю.Р.Носов. Дебют оптоэлектроники
85. Г.Гамов. Приключения мистера Томпкинса
86. И.Ш.Слободецкий, Л.Г.Асламазов. Задачи по физике (2-с изд.)
87. Физика и..
88. А.В.Спивак. Математический праздник
89. Л.Г.Асламазов, И.Ш.Слободецкий. Задачи и не только по физике
90. П.Гнэди, Д.Хоньек, К.Райли. Двести интригующих физических задач

Индексы

84499 - по каталогу «Роспечать»

26043 - по каталогу «Пресса России»



63

Библиотечка КВАНТ



ВЫПУСК

91